

Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский архитектурный институт»  
(государственная академия)

---

Кафедра высшей математики и строительной механики

СОЛОВЬЁВ Г.П., УЛЬПИ В.В.

**РАСЧЕТ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ  
СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ  
НА УСТОЙЧИВОСТЬ**

Методическое пособие к домашнему заданию  
по дисциплине «Сопротивление материалов»

Москва  
2017

УДК 624.042.12

С 60

Рецензент – зав. кафедрой теоретической механики МИИТ,  
доктор технических наук, профессор Косицын С.Б.

**Соловьёв Г.П., Ульпи В.В.** Расчет центрально сжатых стальных стержней на устойчивость: Методическое пособие к домашнему заданию по дисциплине «Сопротивление материалов». – М.: МАРХИ, 2017. – 30 с.

Данное пособие предназначено для того, чтобы помочь студентам выполнить самостоятельную домашнюю работу №4 по сопротивлению материалов. В пособии изложены основы теории расчета стержней на центральное сжатие, объяснена методика создания таблиц коэффициента продольного изгиба, даны примеры расчета, предложена методика, облегчающая подбор сечения центрально сжатого элемента.

В приложениях даны таблицы коэффициентов продольного изгиба для современных марок стали и сортамент прокатных профилей, рекомендуемых для стоек и колонн. Материал ориентирован на современные строительные нормы и правила СНиП II-23-81 «Стальные конструкции».

© Соловьёв Г.П., 2017

© Ульпи В.В., 2017

© МАРХИ, 2017

## Оглавление

Введение.....	6
1. История создания теории расчета центрально сжатых стержней на устойчивость. ....	7
2. Основы расчета центрально сжатых стержней. ....	11
2.1. Критическое усилие в центрально сжатом стержне.....	12
2.2. Расчет сжатого стержня в предельном рабочем состоянии.....	13
2.3. К расчету на устойчивость по СНиП II-23-81 сжатых стальных составных стержней	14
3. Примеры расчета стержней.....	15
Пример 1 .....	15
Пример 2 .....	17
Пример 3 .....	20
Контрольные вопросы .....	24
Список литературы .....	25
Приложение 1. Коэффициент продольного изгиба $\varphi$ . ....	26
Приложение 2. Сортамент прокатных профилей.....	27
Швеллеры с параллельными гранями полок.....	27
Двутавры с параллельными гранями полок. ....	28
Трубы стальные квадратные. ....	29

## **Введение**

В настоящем задании обращается внимание студентов на принципиальное отличие определения несущей способности стержней при растяжении и при сжатии. Оно вызвано различной причиной выхода из строя растянутого и сжатого элемента. Несущая способность растянутого стержня всегда ограничивается его прочностью, несущая же способность сжатых стержней находится в большой зависимости от их гибкости и может определяться как прочностью, так и устойчивостью. Опыт показывает, что потеря устойчивости является одной из основных причин многих современных катастроф и аварий.

## 1. История создания теории расчета центрально сжатых стержней на устойчивость

Теория расчета гибких стержней, теряющих устойчивость в упругой стадии работы материала, была создана Леонардом Эйлером. В 1744 г. Эйлер опубликовал разработанный им метод вариационного исчисления [1]. Интегрируя для пояснения метода точное дифференциальное уравнение упругой линии, Эйлер получал форму изгиба стержней при различных воздействиях сосредоточенной силы. Одним из примеров была колонна с заделкой внизу, сжатая наклонной силой на её верхнем свободном конце. Эйлер отметил, что при центральной сжатии силой  $F = \pi^2 \cdot C / (4 \cdot \ell^2)$  «колонна перестает сопротивляться изгибу». Здесь  $\ell$  – длина колонны, а  $C$  – постоянный коэффициент.

В 1757 г. Эйлер опубликовал новую работу, специально посвященную проблеме продольного изгиба колонн. Пользуясь упрощенным уравнением упругой линии, он дал простой вывод формулы для определения критической нагрузки. Эйлер заметил, что в момент потери устойчивости упругий стержень находится в состоянии безразличного равновесия. При этой нагрузке стержень может быть в равновесии, оставаясь прямым, а может быть и слегка изогнутым. Это состояние стержня Эйлер назвал «критическим», а действующую на него предельную нагрузку – «критической силой» ( $F_{кр}$ ).

В этой работе Эйлер изучал критическое состояние центрально сжатого стержня с шарнирами по концам. Он установил, что стержень изогнут по синусоиде, амплитуда которой – величина неопределенная, и получил формулу для вычисления критической силы:  $F_{кр} = \pi^2 \cdot C / \ell^2$ . Коэффициент  $C$  в этой формуле Эйлер назвал «абсолютной упругостью» стержня, указал несколько способов его определения и дал его размерность – произведение силы на квадрат длины.

В то время не было еще таких понятий, как модуль упругости материала и момент инерции поперечного сечения. Человечеству понадобилось еще около ста лет, чтобы установить, что коэффициент  $C$  в этой формуле – это изгибная жесткость стержня  $E \cdot J$ . И еще, примерно, 50 лет этой формулой практически не пользовались, пока в конце девятнадцатого века не произошло несколько крупных катастроф, связанных с тем, что сжатые элементы конструкции внезапно теряли устойчивость. Это заставило ученых всерьез заняться проблемой устойчивости сжатых стержней.

В 1892 году инженер Ф.С. Ясинский опубликовал свои первые работы по устойчивости колонн [2], в которых ввел понятие «приведенная длина стержня», и представил формулу Эйлера для вычисления критической силы в современном виде:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{(\mu \cdot \ell)^2} \quad (1.1)$$

Здесь  $\mu$  – коэффициент приведения заданной длины стержня  $\ell$  к длине полуволны его изгиба в критическом состоянии ( $\mu \cdot \ell$  – длина полуволны). Вывод этой формулы можно посмотреть в учебниках [3], [4].

Учитывая, что стержень в начальный момент потери устойчивости может быть прямым, Ясинский, разделив критическую силу на площадь поперечного сечения и выполнив некоторые преобразования, получил формулу Эйлера в напряжениях:  $\sigma_{кр} = \pi^2 \cdot E / \lambda^2$ . (1.2)

В этой формуле  $\lambda$  – гибкость стержня (величина безразмерная). Она определяется по формуле:  $\lambda = \mu^* \ell / i$ , где  $i = \sqrt{J_{изг} / A}$  – радиус инерции поперечного сечения стержня.

Приняв критические напряжения равными пределу пропорциональности, Ясинский нашел предельную величину упругой гибкости ( $\lambda_0$ ). Получилось, что формулой Эйлера можно пользоваться только тогда, когда гибкость стержня равна или больше предельной упругой гибкости ( $\lambda \geq \lambda_0$ ). Для стали, марка которой теперь обозначается как С235,  $\lambda_0 = 100$ .

Известно, что наибольшая нагрузка на центрально сжатый стальной стержень малой гибкости ( $0 \leq \lambda \leq \lambda_{lim}$ ) ограничивается пределом текучести материала. Предел текучести при сжатии и при растяжении одинаков, так как причина пластических деформаций одна и та же – сдвиг кристаллов под углом  $45^\circ$  к продольной оси. То есть в этом случае центрально сжатый стержень надо рассчитывать, как и при растяжении, на прочность. В предельной стадии материал такого стержня находится в состоянии текучести, практически, по всему объему стержня. Для стали С235  $\lambda_{lim} = 61,4$ .

В промежутке между этими двумя крайними случаями находятся стержни средней гибкости ( $\lambda_{lim} \leq \lambda \leq \lambda_0$ ). Такой стержень начинает выпучиваться, когда средние напряжения в нем превышают предел пропорциональности материала, но меньше предела текучести. При выпучивании за счет действия изгибающего момента на внутренней стороне изогнутого стержня сжимающие напряжения достигают предела текучести материала – здесь образуется зона пластических деформаций. С противоположной стороны сжимающие напряжения в стержне уменьшаются, и даже могут оказаться растягивающими, равными пределу текучести. В наиболее напряженном поперечном сечении такого элемента образуется пластический шарнир. После снятия нагрузки потерявший устойчивость стержень средней гибкости остается искривленным в своих наиболее напряженных сечениях. В реальных конструкциях значительная часть сжатых стержней имеет именно такую гибкость.

Теоретическое решение задачи устойчивости такого стержня достаточно сложное, поэтому обычно здесь используют эмпирические формулы. Обработав опубликованные ранее результаты работ Тетмайера, Баушингера и Консидера, Ясинский поправил коэффициенты формулы Тетмайера для стали, которая теперь называется С235:  $\sigma_{кр} = 31 - 0,114 \cdot \lambda$  (кН/см<sup>2</sup>).

В последнее время два первых участка принято экстраполировать квадратной параболой:  $\sigma_{кр} = \sigma_T - \frac{(\sigma_T - \sigma_{шт}) \cdot \lambda^2}{\lambda_0^2}$  (1.3)

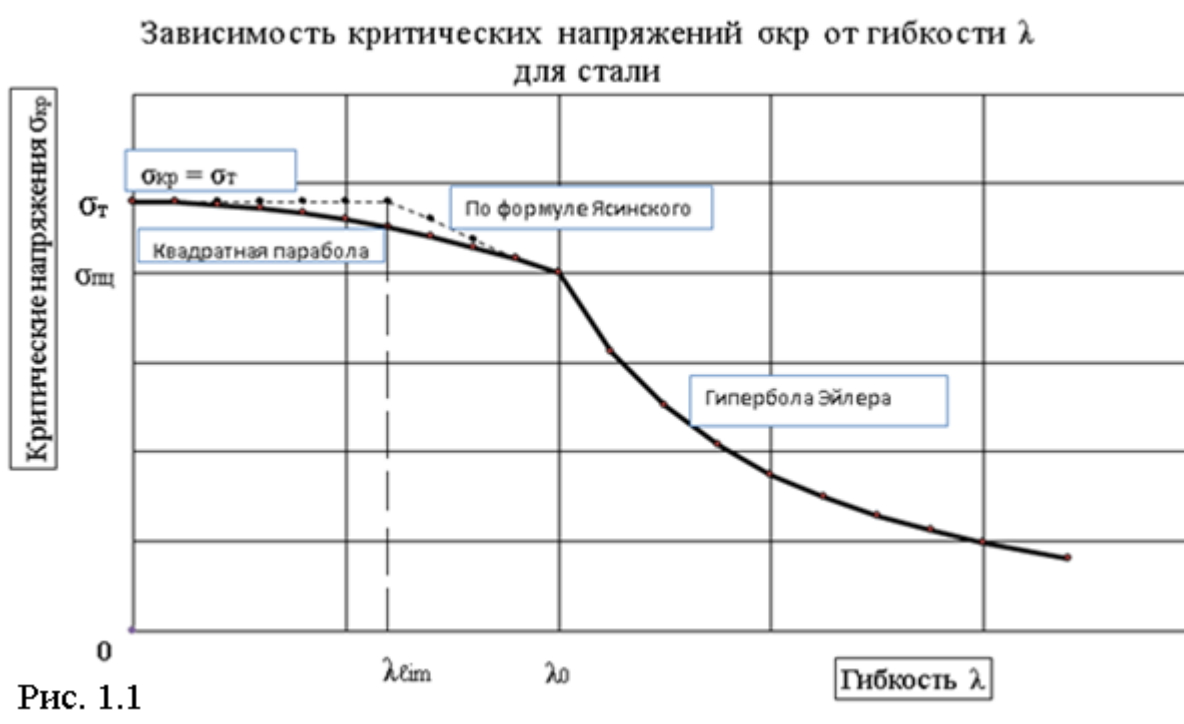
Здесь  $\sigma_T$  и  $\sigma_{пц}$  — предел текучести и предел пропорциональности, которые для различных марок сталей можно взять из таблицы 1.

Таблица 1

**Предел текучести и пропорциональности различных марок стали**

Параметры	R	$\sigma_{пц}$	$\sigma_T$	$\lambda_0$
Размерность	кН/см <sup>2</sup>	кН/см <sup>2</sup>	кН/см <sup>2</sup>	б/р
C235	21	20	24	100
C245	22	22	25	96
C255	24	24	26	92
C285	27	26	29	87
C345	30	30	33	82
C375	33	33	36	78,5

Теперь можно представить диаграмму изменения критических напряжений во всем диапазоне используемой гибкости стержней. На рисунке 1.1 показана диаграмма для стали C235.



В упругой стадии работы материала критические напряжения для всех марок стали совпадают, так как модуль упругости у разных марок стали практически одинаков. Здесь критические напряжения определяются по гиперболе Эйлера ( $\sigma_{кр} = \pi^2 \cdot E / \lambda^2$ ).

Обобщая понятие «критическая сила», можно сказать, что это сжимающая сила, при которой стержень начинает выпучиваться. Такое определение будет спра-

ведливым и для упругой работы материала, и в случае возникновения пластических деформаций.

Чтобы получить для центрально сжатого стержня допускаемые или расчетные напряжения, к критическим напряжениям ввели коэффициент запаса на устойчивость ( $n_s$ ). Этот коэффициент учитывает уменьшение несущей способности сжатого стержня из-за его гибкости. Как показали исследования Н.С. Стрелецкого, центрального сжатия практически не бывает. Соединение элементов в узлах всегда дает какой-то узловый момент. Кроме того, поступающие с заводов элементы проката тоже всегда имеют погиби, что увеличивает изгибающий момент при центральной сжатии. При этом оказалось, что короткие жесткие стержни почти не имеют дефектов. У очень гибких стержней тоже остаточные прогибы малы. Наиболее вероятно появление начальных изгибов у стержней, имеющих гибкость порядка 90 – 100. Практики давно заметили этот эффект. Например, при разгрузке с железнодорожных платформ короткие рельсовые обрезки сбрасывают без опасения их повредить, рельсы нормальной длины выгружают аккуратно, а сварные рельсовые плети разгружают, вытаскивая из-под них железнодорожные платформы локомотивом, опять же не опасаясь их остаточного искривления.

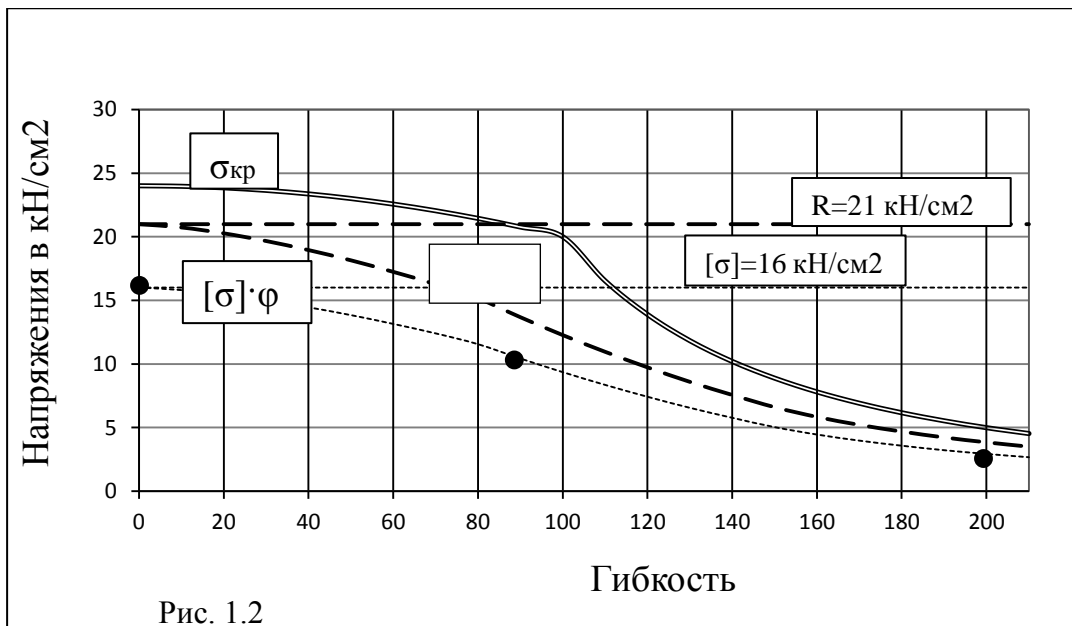
Стрелецким для вычисления допускаемых напряжений при сжатии было рекомендовано кроме обычного коэффициента запаса  $n = 1,5$  для стержней из стали марки С235, имеющих гибкость 90, вводить коэффициент запаса по гибкости  $n_s = 1,4$ ; для стержней, имеющих гибкость 200, принимать  $n_s = 1,17$ ; а для гибкости, равной нулю, считать  $n_s = 1$ . Разделив критические напряжения на соответствующие им произведения коэффициентов запаса  $n \cdot n_s$ , Стрелецкий получил три точки допускаемых напряжений для центрально сжатых стержней (рис.1.2). Между этими точками значения допускаемых напряжений можно определять интерполяцией различными кривыми. Полученную кривую допускаемых напряжений для центрально сжатого стержня из стали С235 можно видеть на рисунке 1.2. Это нижняя кривая, проходящая через три точки, – график изменения допускаемых напряжений для центрально сжатых стержней из стали марки С235 в зависимости от их гибкости.

Для практических расчетов удобнее ввести коэффициент  $\varphi$  – коэффициент снижения основных допускаемых напряжений  $[\sigma]$ , или расчетного сопротивления  $R$  при центральной сжатии, зависящий от гибкости стержня. ***Этот коэффициент показывает, какую долю составляют допускаемые напряжения центрального сжатия при данной гибкости от основных допускаемых напряжений***, которые мы имеем при  $\lambda = 0$ , и которые используются в расчетах на растяжение. Этот же коэффициент продольного изгиба используется и для расчета по предельным состояниям.

На рисунке 1.2 показаны диаграммы  $[\sigma] \cdot \varphi$  (мелкий пунктир), и  $R \cdot \varphi$  (крупный пунктир) для стали марки С235.

В последнее время коэффициент  $\varphi$  называется **коэффициентом продольного изгиба**. Этот коэффициент дается в таблицах СНиП. Его можно определять по Приложению 1 настоящих методических указаний.





Расчет в СНиП ведется по расчетной нагрузке, содержащей коэффициенты надежности, причем, каждая часть нагрузки может иметь свои коэффициенты:  
 $N_{расч} = N_1 \cdot n_1 + N_2 \cdot n_2 + \dots$

Расчетная нагрузка на стержень не должна превышать его расчетной несущей способности:  $N_{расч} \leq \varphi \cdot R \cdot A$ . (1.4)

Другими словами, *при нормальной эксплуатации возможное наибольшее усилие в стержне не должно превышать возможной наименьшей его несущей способности.*

В этой формуле:

$\varphi$  – коэффициент продольного изгиба, вводимый при расчете на сжатие, зависящий от материала и гибкости стержня;

$R$  – расчетное сопротивление материала конструкции;

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

## 2. Основы расчета центрально сжатых стержней

Любой расчет на центральное сжатие стержня всегда начинается с определения его наибольшей гибкости. Если схемы закрепления стержня по главным осям одинаковые, то  $\lambda_{max} = \mu \cdot \ell / i_{min}$ .

Здесь  $\ell$  – длина стержня,  $\mu$  – коэффициент приведения заданной длины стержня к длине полуволны,  $\mu \cdot \ell$  – длина полуволны изгиба стержня, теряющего устойчивость при центральном сжатии, а  $i_{min}$  – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня.

Для наиболее часто встречающихся случаев величину коэффициента приведения  $\mu$  можно найти на рисунках 2.1 и 2.2.

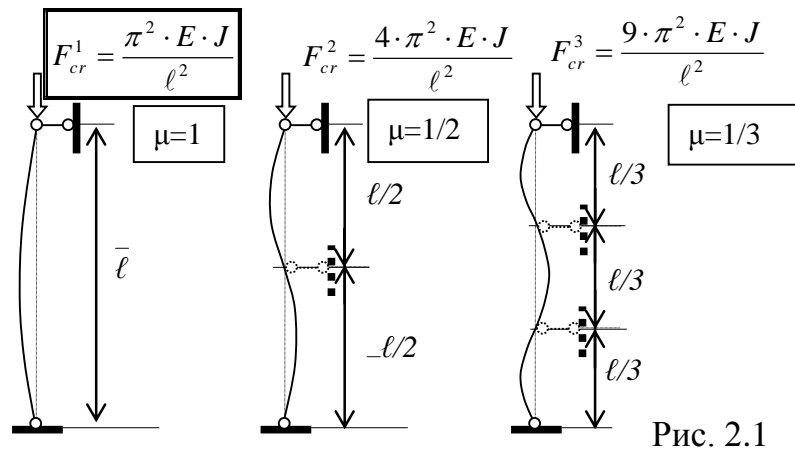


Рис. 2.1

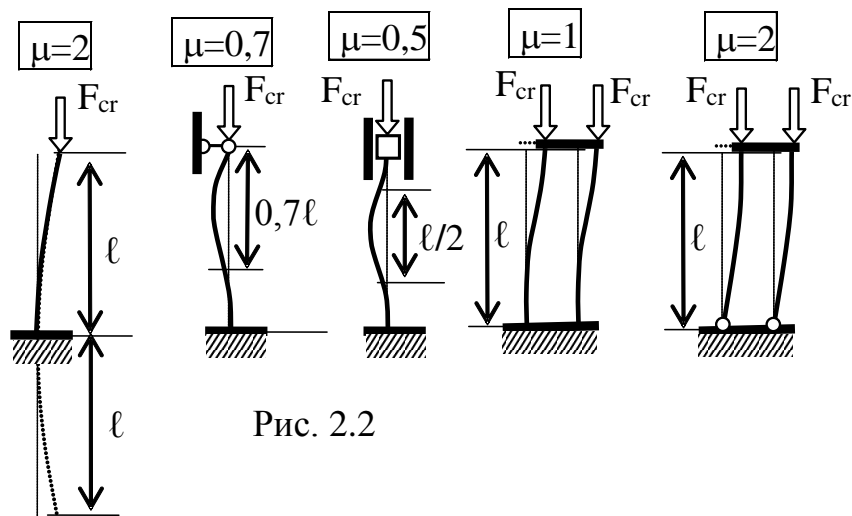


Рис. 2.2

Радиус инерции сечения для прокатного профиля берется из сортамента. Для стержней, составленных из нескольких прокатных профилей, или сечений не прокатного профиля, радиус инерции вычисляется по формуле:  $i_{min} = \sqrt{J_{изг}/A}$ , где  $J_{изг}$  – минимальный момент инерции сечения при изгибе,  $A$  – площадь поперечного сечения.

Дальнейший ход решения в зависимости от поставленной задачи распадается. Возможны два варианта: расчет стержня в критическом состоянии, или расчет стержня в предельном рабочем состоянии.

## 2.1. Критическое усилие в центрально сжатом стержне

Критическое усилие для центрально сжатого стержня в зависимости от его гибкости может определяться либо прочностью, либо устойчивостью стержня. Условно оба случая называют критическим состоянием центрально сжатого стержня.

Короткие стержни, имеющие маленькую гибкость ( $\lambda \leq \lambda_0$ ), должны рассчитываться при помощи критических напряжений, которые вычисляются по формуле

$$\text{ле квадратной параболы: } \sigma_{кр} = \sigma_{\tau} - \frac{(\sigma_{\tau} - \sigma_{\text{пц}}) \cdot \lambda^2}{\lambda_0^2}. \quad (2.1)$$

Здесь  $\sigma_T$  и  $\sigma_{\text{пц}}$  – предел текучести и предел пропорциональности, а  $\lambda_0$  – предельная упругая гибкость. Для разных марок стали это можно взять из таблицы 1, которая в дальнейшем будет уточняться.

Предельное усилие находится по известной формуле:  $N_{\text{lim}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A$ .

При большой гибкости стержня  $\lambda \geq \lambda_0$  предельное усилие ограничивается нагрузкой, при которой стержень теряет устойчивость в упругой стадии. Это – критическая сила, найденная по формуле Эйлера:

$$N_{\text{lim}} = F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{(\mu \cdot \ell)^2} \quad (2.2)$$

Эйлерову критическую силу можно вычислять и через критические напряжения, используя формулу Эйлера в напряжениях:

$$N_{\text{lim}} = F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A, \quad \text{где } \sigma_{\text{кр}} = \pi^2 \cdot E / \lambda^2 \quad (2.3)$$

Напряжения в таких стержнях к моменту потери устойчивости равны или меньше предела пропорциональности ( $\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{пц}}$ ), поэтому гибкий стержень, начавший терять устойчивость, при снятии нагрузки полностью распрямляется.

## 2.2. Расчет жатого стержня в предельном рабочем состоянии

При расчете по СНиП устойчивость стержня проверяется по формуле, которую

удобнее представить так: 
$$\frac{N}{\varphi \cdot R \cdot A} \leq 1. \quad (2.4)$$

Здесь  $N$  – расчетная нагрузка на стержень,  $A$  – площадь поперечного сечения стержня,  $R$  – расчетное сопротивление заданного материала,  $\varphi$  – коэффициент продольного изгиба, определяемый по таблице Приложения 1 для

заданного материала по имеющейся гибкости стержня ( $\lambda = \frac{\mu \cdot \ell}{i}$ ).

Если задан стержень, и его сечение известно, то для него можно найти гибкость, определить коэффициент продольного изгиба, и проверить устойчивость по формуле (2.4).

Сложнее решается задача, когда поперечное сечение стержня надо подобрать. Тогда в формуле (2.4) будет два неизвестных параметра:  $\varphi$  и  $A$ . Задача решается методом последовательных приближений к одному из возможных решений.

### 2.3. К расчету на устойчивость по СНиП II-23-81 сжатых стальных составных стержней

Строительные нормы и правила расчета стальных конструкций требуют, чтобы расчетное усилие, действующее на центрально сжатый стержень, не превышало его несущей способности по устойчивости. Это условие удобнее представить так:  $N/(\varphi \cdot R_y \cdot A) \leq 1$ .

Здесь в числителе стоит расчетное усилие, а в знаменателе – несущая способность стержня при центральном сжатии.

$R_y$  – расчетное сопротивление стали, установленное по пределу текучести. Для заданной марки стали величину  $R_y$  можно найти в СНиП. Мы обозначаем её просто  $R$ .

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

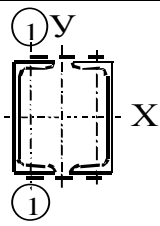
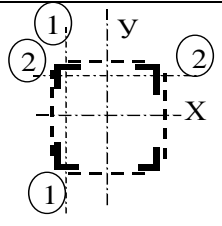
$\varphi$  – коэффициент продольного изгиба, определяемый для имеющейся гибкости стержня в зависимости от расчетного сопротивления стали по таблице 72 Приложения 6 СНиП (выписка из этой таблицы дана в Приложении 1 настоящего методического пособия).

В составных стержнях со сплошной стенкой гибкость вычисляется по формуле  $\lambda = \mu \cdot \ell / i$ . В этой формуле  $\mu \cdot \ell$  – длина полуволны стержня, изогнутого критической нагрузкой,  $i$  – радиус инерции поперечного сечения относительно оси изгиба, вычисляемый по формуле:  $i = \sqrt{J/A}$ .

Если поперечное сечение стержня сквозное (ветви стержня соединены планками, прокладками или решеткой), то гибкость стержня возрастает. Тогда расчет ведётся по той же формуле (2.4), но определение коэффициента  $\varphi$  осуществляется по приведенной гибкости стержня  $\lambda_{ef}$ . В СНиП даётся таблица формул для вычисления приведенной гибкости, из которой для наиболее часто встречающихся двухветвевых и четырехветвевых сечений в таблице 2 сделана выписка.

Таблица 2.

**Формулы для вычисления приведенной гибкости**

Тип сечения	Планки	
	$1/n < 5$	$1/n \geq 5$
	$\sqrt{\lambda^2 + 0,82 \cdot \lambda_1^2 \cdot (1 + n_1)}$	$\sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2}$
	$\sqrt{\lambda^2 + 0,82 \cdot (\lambda_1^2 \cdot (1 + n_1) + \lambda_2^2 \cdot (1 + n_2))}$	$\sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2}$

В этих формулах  $\lambda$  – гибкость стержня относительно сквозной оси  $y$ , вычисляемая при абсолютно жестком соединении ветвей.

Если ветви стержня соединены гибкими планками, погонная жесткость которых  $J_s/b$  сравнима с погонной жесткостью ветви  $J_e/\ell$ , и их отношение  $1/n < 5$ , то приведенная гибкость вычисляется по первой колонке формул таблицы 2.

Здесь  $n = J_e \cdot b / (\ell \cdot J_s)$ ,

$\lambda_1, \lambda_2$  – гибкость ветвей относительно осей 1 и 2 (см. табл.2) на участке между приваренными планками.

Если планки жесткие  $1/n = J_s \cdot \ell / (J_e \cdot b) \geq 5$ , то формулы упрощаются, и приведенная гибкость вычисляется по второй колонке таблицы.

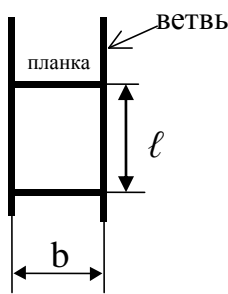


Рис.2.3

В этих формулах  $J_s$  и  $J_e$  – моменты инерции планки и ветви,  $b$  и  $\ell$  – расчетная длина планки между осями ветвей и длина ветви между осями планок (рис.2.3). Гибкость отдельных ветвей при соединении их планками должна быть не более 40. Во всяком случае эта гибкость не должна превышать гибкости стержня в целом.

Кроме общей устойчивости в составных стержнях по той же формуле центрального сжатия необходимо проверять устойчивость ветвей стержня. При этом приведенную длину принимают равной расстоянию между осями планок  $\ell$  (рис.2.3) при  $\mu = 1$ .

### 3. Примеры расчёта стержней

#### Пример 1

Определить расчетную нагрузку  $F$  на конструкцию из стали С235. Предполагается, что узел закреплен от смещения из плоскости чертежа. Поперечные сечения стержней даны на рисунке 3.1.

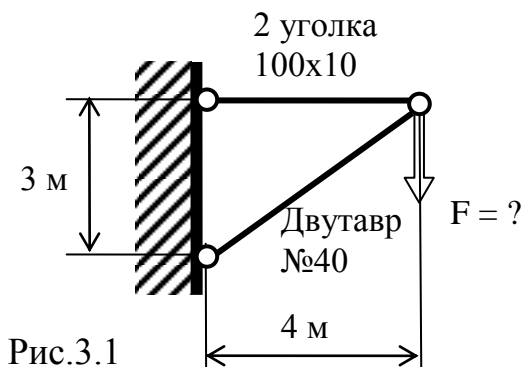


Рис.3.1

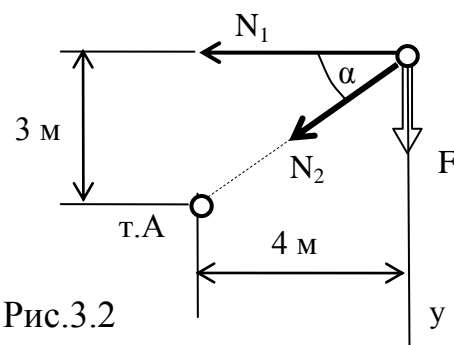


Рис.3.2

Чтобы разобраться, на какие усилия работают элементы заданной конструкции, рассмотрим равновесие вырезанного узла (рис.3.2). Усилия в стержнях, пока они неизвестны, всегда принимаются растягивающими.

Выразим усилия в стержнях  $N_1$  и  $N_2$  через нагрузку  $F$ .

$\Sigma m_A = 0 = F \cdot 4\text{ м} - N_1 \cdot 3\text{ м}$ . Отсюда получаем  $N_1 = F \cdot 4/3$ . От заданной нагрузки  $F$  горизонтальный стержень действительно растянут.

$\Sigma y = 0 = F + N_2 \cdot \sin \alpha$ . Отсюда получаем  $N_2 = -F \cdot 5/3$ .

Знак минус означает, что наклонный стержень сжат.

Сначала определим нагрузку на узел по несущей способности растянутого элемента.

Расчетное сопротивление заданной марки стали возьмем из Таблицы 1:  $R=21\text{ кН/см}^2$ . Из сортамента ГОСТ 8510-72 для одного уголка 100x10 выпишем площадь его поперечного сечения  $A = 19,2\text{ см}^2$ .

Несущая способность растянутого элемента из двух уголков равна:

$$N_1 = R \cdot A_1 = 21 \cdot 2 \cdot 19,2 = 806,4\text{ кН}.$$

Отсюда находим, что нагрузка на узел должна быть меньше:

$$F \leq N_1 \cdot 3/4 = 806,4 \cdot 3/4 = 604,8\text{ кН}.$$

Теперь найдем расчетную нагрузку на узел из условия устойчивости второго элемента, сжатого силой  $N_2 = -F \cdot 5/3$ . Из сортамента ГОСТ 8239-72 для заданного двутавра №40 выпишем  $A = 72,6\text{ см}^2, i_{\min} = i_y = 3,03\text{ см}$ .

Наибольшая гибкость подкоса:  $\lambda_{\max} = \frac{\mu \cdot \ell}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 500\text{ см}}{3,03\text{ см}} = 165,2$ .

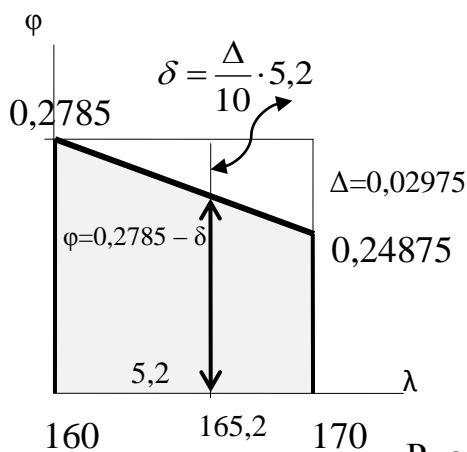


Рис.3.3

Коэффициент продольного изгиба найдем с помощью линейной интерполяции, представленной на рисунке 3.3.

Из таблицы Приложения 1 выпишем для стали с расчетным сопротивлением  $R=21\text{ кН/см}^2$ .

При  $\lambda = 160$   $\varphi = 0,2785$ .

При  $\lambda = 170$   $\varphi = 0,24875$ .

При  $\lambda = 165,2$  находим:

$$\varphi = 0,2785 - \frac{0,2785 - 0,24875}{10} \cdot 5,2 = 0,26303.$$

Несущая способность сжатого элемента:

$$N_2 \leq \varphi \cdot R \cdot A_2 = 0,26303 \cdot 21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 72,6\text{ см}^2 = 401,0\text{ кН}.$$

Отсюда получаем, что нагрузка на узел по условию устойчивости сжатого подкоса не должна превышать величины  $F \leq N_2 \cdot 3/5 = 401,0 \cdot 3/5 = 240,6\text{ кН}$ .

Это и есть расчетная нагрузка на узел. В данном случае это – наименьшая расчетная нагрузка из двух возможных.

## Пример 2

Подобрать по таблицам проката стали (ГОСТ 27772-88) сечения стержней №1 и №2 фермы (рис. 3.4). Марка стали С345.

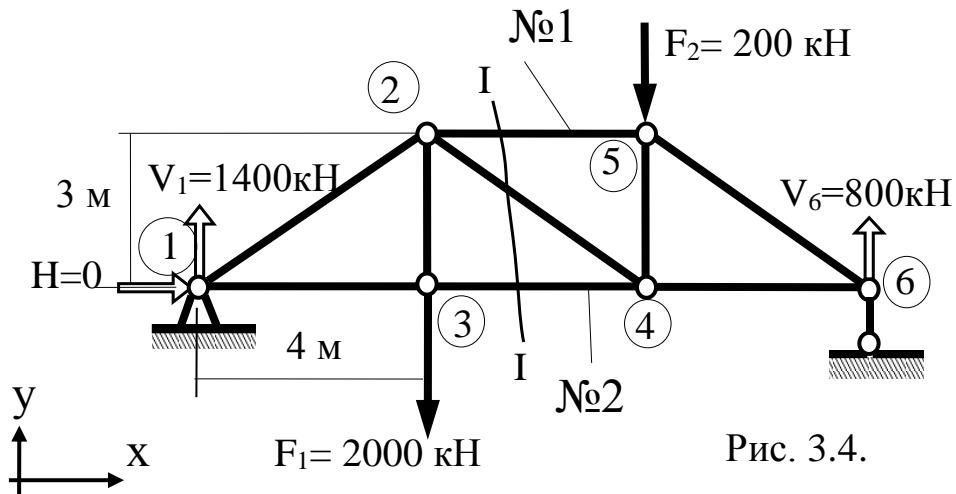


Рис. 3.4.

Ферма шарнирно опертая, поэтому вычисление внутренних усилий в отмеченных стержнях начинаем с вычисления и проверки опорных реакций.

Из суммы проекций на горизонтальную ось следует, что горизонтальная реакция равна нулю:  $H = 0$ .

Чтобы найти вертикальную реакцию в узле 1, запишем сумму моментов относительно точки пересечения реакций  $H$  и  $V_6$ :

$$\Sigma m_6 = 0 = V_1 \cdot 12\text{ м} - 2000\text{ кН} \cdot 8\text{ м} - 200\text{ кН} \cdot 4\text{ м}. \text{ Получаем } V_1 = 1400\text{ кН}.$$

Из суммы моментов относительно узла 1 найдем вертикальную реакцию  $V_6$ .

$$\Sigma m_1 = 0 = V_6 \cdot 12\text{ м} - 2000\text{ кН} \cdot 4\text{ м} - 200\text{ кН} \cdot 8\text{ м}. \text{ Получаем } V_6 = 800\text{ кН}.$$

Проверяем вертикальные реакции с помощью суммы проекций сил на вертикальную ось:  $\Sigma Y = 0 = 1400\text{ кН} - 2000\text{ кН} - 200\text{ кН} + 800\text{ кН} = 0$ .

Теперь представим, что ферма не имеет связей с землей. Нагрузки, действующие на ферму, уравновешены реакциями. Любое сечение фермы нам дает два ее фрагмента, которые тоже самоуравновешены. Это позволяет вычислять внутренние усилия в рассеченных элементах. У фрагмента фермы неизвестных усилий не должно быть больше трех. Для расчета узла фермы неизвестных усилий должно быть не больше двух. В данном случае сечение I-I рассекает три стержня. Составив три уравнения равновесия, например, для правой части фермы, мы можем найти все эти усилия (рис. 3.5). Здесь неизвестны усилия  $N_1, N_2, N_3$ . Чтобы найти внутреннее усилие  $N_1$ , запишем сумму моментов относительно точки пересечения двух других неизвестных усилий – точки 4.

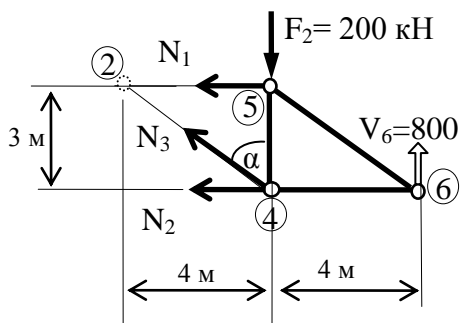


Рис. 3.5

– точки 4.  $\Sigma m_4 = 0 = 800\text{ кН} \cdot 4\text{ м} + N_1 \cdot 3\text{ м}.$

Получаем, что стержень сжат  $N_1 = -3200/3\text{ кН}.$

Для вычисления внутреннего усилия во втором стержне составим сумму мо-

ментов относительно точки пересечения усилий  $N_1$  и  $N_3$  – точки 2.

$$\Sigma m_2 = 0 = 800 \text{ кН} \cdot 8 \text{ м} - 200 \text{ кН} \cdot 4 \text{ м} - N_2 \cdot 3 \text{ м}. \quad \text{Стержень растянут } N_2 = 5600/3 \text{ кН}.$$

Чтобы найти усилие  $N_3$ , составим суммы проекций сил на вертикальную ось.

$$\Sigma Y = 0 = N_3 \cdot \cos \alpha + 800 \text{ кН} - 200 \text{ кН}. \quad \text{Здесь } \cos \alpha = 3/5.$$

Отсюда найдем, что стержень 3 сжат силой  $N_3 = -1000$  кН.

Найденные усилия проверяем, составив для отсечённой части любое новое уравнение статики, например, сумму проекций сил на ось  $x$ :

$$\Sigma X = 0 = -1000 \text{ кН} \cdot \sin \alpha + \frac{5600 \text{ кН}}{3} - \frac{3200 \text{ кН}}{3} = 0. \quad \sin \alpha = 4/5.$$

Убедившись, что усилия в стержнях найдены правильно, приступаем к подбору поперечных сечений заданных стержней.

Условие прочности растянутого стержня дает нам возможность определить необходимую площадь его поперечного сечения:

$$A_2 \geq \frac{N}{R} = \frac{5600 \text{ кН}}{3 \cdot 30 (\text{кН}/\text{см}^2)} = 62, (2) \text{ см}^2.$$

Выбираем два равнополочных уголка 160x8 с площадью поперечного сечения каждого  $A = 31,4 \text{ см}^2$ .

Предельное усилие для растянутого стержня:

$$N_{2 \text{ lim}} = \sigma_T \cdot A_2 = 33 (\text{кН} / \text{см}^2) \cdot 2 \cdot 31,4 (\text{см}^2) = 2072,4 \text{ кН}.$$

$$\text{Коэффициент запаса } n = \frac{N_{\text{lim}}}{N} = \frac{2072,4 \cdot 3}{5600} = 1,11.$$

По СНиП для всех сжатых стержней ферм принимается коэффициент приведения заданной длины стержня  $\mu = 1$ . Нам надо подобрать поперечное сечение стержня длиной 500 см, сжатого силой  $N_1 = 3200/3$  кН.

В условии устойчивости сжатого стержня  $\frac{N}{\varphi \cdot R \cdot A} \leq 1$  нам неизвестны две величины:  $A$  – площадь поперечного сечения и  $\varphi$  – коэффициент продольного изгиба, зависящий от гибкости стержня. Найти два неизвестных из одного уравнения можно методом последовательных приближений.

### Шаг 1

По таблице коэффициентов  $\varphi$  (см. Приложение 1) замечаем, что  $\lambda$  меняется от нуля до 210, поэтому для первого шага принимаем какое-то среднее значение, например,  $\lambda = 100$ . По таблице Приложения 1 для стали с расчетным сопротивлением  $R = 30 \text{ кН}/\text{см}^2$  находим  $\varphi = 0,4705$ .

Гибкость и коэффициент продольного изгиба дают нам возможность опреде-



лечь необходимую площадь поперечного сечения и необходимый радиус инерции сечения.

$$A \geq \frac{N}{\varphi \cdot R} = \frac{3200 \text{ кН}}{3 \cdot 0,4705 \cdot 30 \text{ кН/см}^2} = 75,6 \text{ см}^2, \quad i \geq \frac{\mu \cdot \ell}{\lambda} = \frac{1 \cdot 500}{100} = 5 \text{ см.}$$

Можно выбирать прокатное сечение любого профиля. Для сжатых элементов рациональным является сечение в виде квадратной трубы.

Используем ГОСТ 8639-82. По площади поперечного сечения нам нужна труба 180x12 ( $A=78,17 \text{ см}^2$ ). По радиусу инерции квадратная труба должна быть 140x6 ( $i=5,445 \text{ см}$ ).

Проверим на устойчивость стержень среднего сечения 160x4 ( $A=24,7 \text{ см}^2$ ,  $i_x=6,33 \text{ см}$ ).

$$\text{Гибкость стержня: } \lambda_x = \frac{\mu \cdot \ell}{i_x} = \frac{1 \cdot 500 \text{ см}}{6,33 \text{ см}} = 79,0.$$

Из таблицы Приложения 1 выписываем: для  $\lambda = 70 \varphi=0,7055$ ;  
для  $\lambda = 80 \varphi=0,6215$ .

Между этими значениями выполняем линейную интерполяцию:

$$\varphi_{79,0} = 0,7055 - \frac{0,7055 - 0,6215}{10} \cdot 9 = 0,6749.$$

Проверим устойчивость стержня:

$$\frac{N}{\varphi \cdot R \cdot A} = \frac{3200 \text{ кН}}{3 \cdot 0,6749 \cdot 30 \text{ кН/см}^2 \cdot 24,7 \text{ см}^2} = 2,133 > 1.$$

Стержень не устойчив. Сечение надо увеличивать.

## Шаг 2

Поперечное сечение сжатого стержня

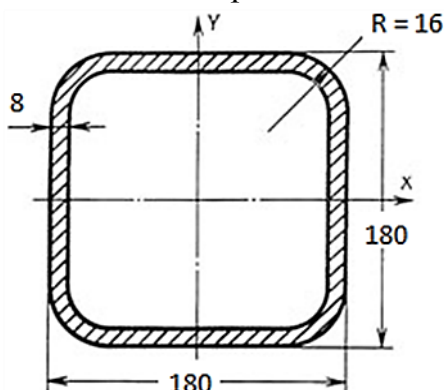


Рис.3.7

Учтём, что при дальнейшем уточнении коэффициент продольного изгиба будет меняться незначительно, а площадь поперечного сечения должна быть больше, примерно, в 2,133 раза:  $A \approx 24,7 \cdot 2,133 = 52,8 \text{ см}^2$ . По сортаменту выбираем квадратную трубу 180x8 ( $A=53,94 \text{ см}^2$ ,  $i_x=6,988 \text{ см}$ ) (рис.3.7).

$$\text{Гибкость стержня: } \lambda_x = \frac{\mu \cdot \ell}{i_x} = \frac{1 \cdot 500}{6,988} = 71,55.$$

Выполняем линейную интерполяцию:

$$\varphi_{71,55} = 0,7055 - \frac{0,7055 - 0,6215}{10} \cdot 1,55 = 0,69248.$$

Проверим условие устойчивости стержня:

$\frac{N}{\varphi \cdot R \cdot A} = \frac{3200 \text{ кН}}{3 \cdot 0,69248 \cdot 30 \text{ кН/см}^2 \cdot 53,94 \text{ см}^2} = 0,952 < 1$ . Устойчивость обеспечена.  
Запас 4,8%.

Предельной нагрузкой для центрально сжатого стержня является критическая сила. Гибкость стержня  $\lambda=71,55$  меньше предельной гибкости для этой марки стали ( $\lambda_0 = 82$ ), поэтому критическую силу находим по квадратной параболе:

$$\sigma_{кр} = \sigma_T - \frac{(\sigma_T - \sigma_{пц}) \cdot \lambda^2}{\lambda_0^2} = 33 - \frac{(33 - 30) \cdot 71,55^2}{82^2} = 30,7 \text{ (кН/см}^2\text{)}.$$

Здесь  $\sigma_T$  и  $\sigma_{пц}$  — предел текучести и предел пропорциональности, которые для заданной марки стали взяты из таблицы 1.

Предельное усилие:  $N_{lim} = \sigma_{кр} \cdot A = 30,7 \text{ (кН/см}^2\text{)} \cdot 53,94 \text{ см}^2 = 1656 \text{ кН}$ .

$$\text{Коэффициент запаса: } k = \frac{N_{lim}}{N} = \frac{1656 \cdot 3}{3200} = 1,55.$$

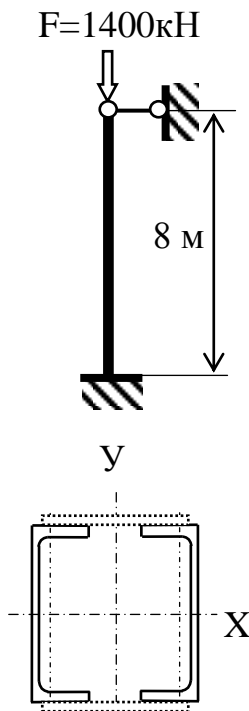


Рис.3.8

### Пример 3

Подобрать сечение центрально сжатой колонны из 2-х швеллеров, соединённых планками. Пространственное закрепление стержня считать одинаковым (рис.3.8). Сталь марки С255.

Из таблицы 1 для стали С255 выписываем:

$$R = 24 \text{ кН/см}^2; \sigma_{пц} = 24 \text{ кН/см}^2; \sigma_T = 26 \text{ кН/см}^2; \lambda_0 = 92.$$

Для стоек и колонн рекомендуется использовать прокатный сортамент с параллельными гранями полков. Применим сортамент швеллера ГОСТ 8240- 97.

Расчет начинаем с продольного изгиба относительно материальной оси x.

#### Шаг 1

Зададим гибкость  $\lambda=100$  и найдем по таблице Приложения 1 коэффициент продольного изгиба для заданной марки стали  $\varphi = 0,542$ .

Вычислим требуемую площадь поперечного сечения:

$$A = N/(\varphi \cdot R) = 1400/(0,542 \cdot 24) = 107,6 \text{ см}^2. A_{шв} \approx 53,8 \text{ см}^2.$$

Из сортамента этому соответствует швеллер №36П. ( $A = 53,4 \text{ см}^2$ ).

Для принятой гибкости ( $\lambda=100$ ) найдем необходимый радиус инерции швеллера

$$\text{относительно оси } x: i_x = \frac{\mu \cdot \ell}{\lambda} = \frac{0,7 \cdot 800 \text{ см}}{100} = 5,6 \text{ см}.$$

По этому параметру надо брать швеллер №14П. ( $i_x=5,61 \text{ см}$ ).

Для дальнейшего расчёта выбираем по таблице сортамента что-то среднее – на-

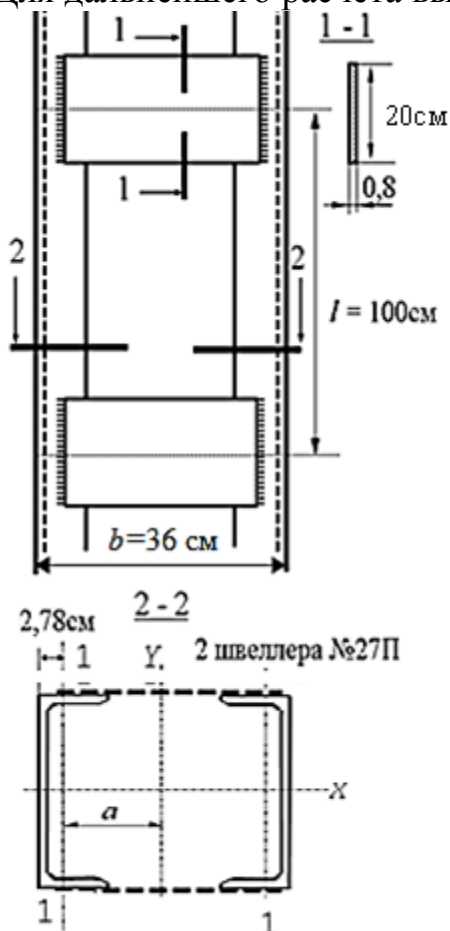


Рис.3.9

пример, швеллер №22П.  $A=26,7 \text{ см}^2$ ,  $i_x=8,9 \text{ см}$ .

Проверим колонну с этим сечением на устойчивость.

Для этого вычислим гибкость колонны относительно осей:

$$\lambda_x = \mu \cdot \ell / i_x = 0,7 \cdot 800 / 8,9 = 62,9$$

и найдем, интерполируя по таблице, коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi_{62,9} = 0,805 - \frac{0,805 - 0,754}{10} \cdot 2,9 = 0,790.$$

Несущая способность колонны из двух швеллеров №22П равна:

$$N = \varphi \cdot R \cdot A = 0,790 \cdot 24 \text{ кН/см}^2 \cdot 2 \cdot 26,7 \text{ см}^2 = 1012,5 \text{ кН}.$$

Проверим условие устойчивости колонны относительно оси x:

$$1400/1012,5 = 1,383 > 1.$$

Заданная расчётная нагрузка оказалась больше, чем несущая способность колонны в 1,383 раза. Устойчивость не обеспечена. Сечение надо увеличивать.

### Шаг 2

Учтём, что при увеличении площади поперечного сечения значение коэффициента  $\varphi$  будет незначительно возрастет. Если считать  $\varphi$  величиной постоянной, то необходимую площадь поперечного сечения одного швеллера можно найти, увеличив предыдущую площадь в 1,383 раза:

$$A = 26,7 \cdot 1,383 = 36,9 \text{ см}^2.$$

Этому близок швеллер №27П.

$A=35,2 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 4180 \text{ см}^4$ ;  $i_x=10,9 \text{ см}$ ;  $J_y = 314 \text{ см}^4$ ;  $i_y=2,99 \text{ см}$ ;  $z_0=2,78 \text{ см}$ , толщина полки швеллера 10,5 мм.

Проверим эту колонну на устойчивость.

Гибкость колонны относительно осей:  $\lambda_x = \mu \cdot \ell / i_x = 0,7 \cdot 800 \text{ см} / 10,9 \text{ см} = 51,4$ .

$$\text{Коэффициент продольного изгиба: } \varphi_{51,4} = 0,852 - \frac{0,852 - 0,805}{10} \cdot 1,4 = 0,84542.$$

По формуле  $N/(\varphi \cdot R \cdot A) \leq 1$  проверим условие устойчивости стойки при изгибе относительно оси x:  $1400/(0,84542 \cdot 24 \cdot 2 \cdot 35,2) = 0,98$ .

Запас составляет 2%. Сечение принято.

Теперь выполним расчет относительно сквозной оси.

В этом случае определяется приведенная гибкость колонны  $\lambda_{yef}$ . Она зависит от расстояния между швеллерами, частоты расстановки и жесткости соединительных планок.

Представим в общем случае вид изгиба колонны относительно сквозной оси  $y$  (рис.3.10а,б). Будем считать планки жесткими. ( $\frac{1}{n} = \frac{J_s^* \ell_e}{2a^* J_e} \geq 5$ ). В этом случае потеря устойчивости относительно сквозной оси будет происходить вследствие изгиба колонны (а) и горизонтального смещения планок из-за дополнительного изгиба ветвей (б). Тогда приведенная (эффективная) гибкость колонны относительно сквозной оси в СНиП определяется по формуле:  $\lambda_{yef} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_e^2}$ .

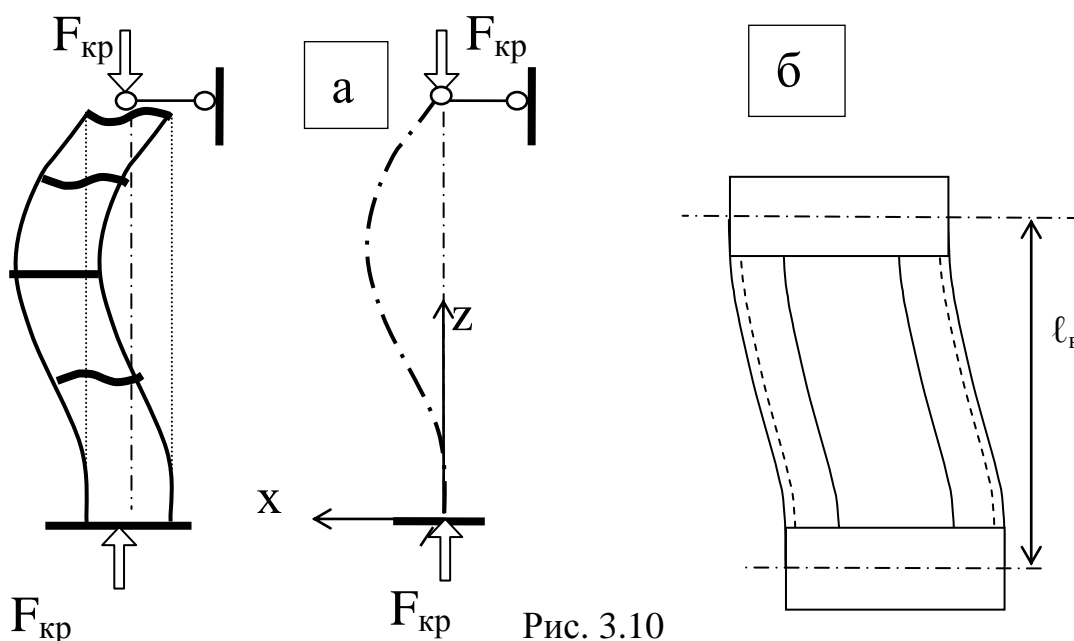


Рис. 3.10

Для рационального сечения должно выполняться условие равноустойчивости колонны относительно осей  $x$  и  $y$ , то есть гибкость колонны при продольном изгибе относительно главных осей поперечного сечения приблизительно должна быть одинаковой:  $\lambda_x \approx \lambda_{yef} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_e^2}$ .

Здесь:

$\lambda_y$  – гибкость колонны относительно оси  $y$  при монолитном соединении ветвей;

$\lambda_e$  – гибкость ветви колонны относительно оси  $y$ :  $\lambda_e = \frac{\mu_e^* \ell_e}{i_e} = \frac{1 \cdot \ell_e}{2,99 \text{ см}}$ .

Обычно гибкость ветви колонны равна 30 – 40.

Если задаться гибкостью ветви  $\lambda_e = 35$ , то можно определить максимальное расстояние между планками:  $\ell_e \leq i_e \cdot \lambda_e / \mu_e = 2,99 \text{ см} \cdot 35 / 1 = 104,65 \text{ см}$ .

Примем  $\ell_e = 100 \text{ см}$  и уточним гибкость ветви:  $\lambda_e = \mu \cdot \ell / i_y = 1 \cdot 100 / 2,99 = 33,4$ .

Найдём гибкость монолитной колонны относительно оси  $u$ :

$$\lambda_y = \sqrt{\lambda_x^2 - \lambda_e^2} = \sqrt{51,4^2 - 33,4^2} = 39,1.$$

Требуемый радиус инерции колонны при монолитном соединении ветвей:

$$i_y = \mu \cdot \ell / \lambda_y = 0,7 \cdot 800 \text{ см} / 39,1 = 14,3 \text{ см}.$$

Для сквозных сечений радиус инерции, примерно, равен расстоянию от оси  $u$  сечения до оси  $y$  ветви – « $a$ » (рис.3.9).

Тогда минимальная ширина поперечного сечения равна:

$$b = 2 \cdot (z_0 + a) = 2 \cdot (2,78 + 14,3) = 34,16 \text{ см}. \text{ Примем } b = 36 \text{ см}.$$

Уточним гибкость колонны относительно оси  $u$  при монолитном соединении ветвей. Расстояние  $a$  между осью  $u$  ветви осью  $u$  сечения получаем равным:

$$a = (b - 2 \cdot z_0) / 2 = (36 - 2 \cdot 2,78) / 2 = 15,22 \text{ см}.$$

Вычислим момент инерции принятого монолитного сечения:

$$J_y = 2 \cdot (J_y^{ув} + A_{ув} \cdot a^2) = 2 \cdot (314 + 35,2 \cdot 15,22^2) = 2 \cdot 8468 \text{ см}^4.$$

Теперь можно найти радиус инерции этого сечения:

$$i_y = \sqrt{J_y / A} = \sqrt{2 \cdot 8468 / 2 \cdot 35,2} = 15,51 \text{ см}$$

и гибкость колонны при монолитном соединении ветвей относительно оси  $u$ :  $\lambda_y = \mu \cdot \ell / i_y = 0,7 \cdot 800 / 15,51 = 36,1$ .

Найдём приведенную гибкость колонны относительно сквозной оси  $u$ :

$$\lambda_{yef} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_e^2} = \sqrt{36,1^2 + 33,4^2} = 49,18 < \lambda_x = 51,4.$$

Эта гибкость меньше, чем гибкость колонны относительно оси  $x$ , поэтому устойчивость колонны на продольный изгиб относительно оси  $u$  проверять не надо. Если  $\lambda_{yef}$  получится больше  $\lambda_x$ , то надо найти  $\varphi_y$ , и проверить устойчивость колонны относительно оси  $u$ :  $N / (\varphi_y \cdot R \cdot A) \leq 1$ .

По принятому ранее отношению погонных жесткостей планки и ветви можно найти минимальную величину момента инерции поперечного сечения планки, а затем и её размеры:

$$\frac{1}{n} = \frac{J_s \cdot \ell}{2a \cdot J_e} = \frac{J_s \cdot 100 \text{ см}}{30,44 \text{ см} \cdot 314 \text{ см}^4} \geq 5 \rightarrow J_s \geq \frac{5 \cdot 30,44 \cdot 314}{100} = 478 \text{ см}^4.$$

Принимаем толщину планки на 1 – 2 мм меньше толщины полки швеллера, чтобы электросварка не прожигала полку:  $b_n = 0,8 \text{ см}$ . ( $t = 10,5 \text{ мм}$ ).

Из формулы момента инерции прямоугольного сечения ( $J = \frac{b \cdot h^3}{12}$ ) получим не-

$$\text{обходимую высоту планки: } h = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot J_s}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 478}{0,8}} = 19,3 \text{ см}.$$

Принимаем высоту поперечного сечения планки  $h = 20 \text{ см}$ .

Результаты нашего расчёта представлены на рисунке 3.9.

Найдём предельную нагрузку – критическую силу для полученной колонны. Наибольшая гибкость колонны у нас была относительно оси  $x$ . Эта гибкость меньше предельной гибкости для заданной марки стали :  $\lambda_{\max} = \lambda_x = 51,4 < \lambda_0 = 92$ . Значит, критическая сила определяется с помощью критических напряжений, найденных по формуле квадратичной аппроксимации:

$$\sigma_{кр} = \sigma_T - \frac{(\sigma_T - \sigma_{шт}) \cdot \lambda^2}{\lambda_0^2} = 26 - \frac{(26 - 24) \cdot 51,4^2}{92^2} = 25,38 \text{ (кН/см}^2\text{)}.$$

Получаем критическую силу:  $F_{кр} = \sigma_{кр} \cdot A = 25,38 \cdot 2 \cdot 35,2 = 1786,75 \text{ кН}$ .

Коэффициент запаса по устойчивости колонны:  $k = \frac{F_{кр}}{F} = \frac{1786,75}{1400} = 1,28$ .

Мы рассмотрели расчет центрально сжатого элемента в целом. В СНиП для составных стержней требуется затем выполнить расчет на прочность планок и определить размеры сварных швов. Полный метод расчёта на устойчивость центрально сжатых элементов изучается в специальных курсах расчета строительных конструкций и на этом этапе обучения студентов не рассматривается.

### **Контрольные вопросы**

1. Что является «предельным состоянием» для растянутого стержня и для сжатого гибкого стержня?
2. Какое сжимающее усилие называется критическим?
3. Напишите формулу Эйлера для определения критической силы. Когда нужно пользоваться этой формулой?
4. Напишите формулу Эйлера в напряжениях и поясните её.
5. Какие участки обычно имеются на диаграмме критических напряжений?
6. Что такое «коэффициент продольного изгиба»?
7. Запишите условие прочности при растяжении стержня.
8. Как определяется предельное усилие при растяжении стержня?
9. Запишите условие устойчивости сжатого стержня.
10. Как определяется критическая сила при центральной сжатии стержней?
11. Что означает «коэффициент запаса» в расчётах растянутого и сжатого стержня?

### **Список литературы**

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1995. С. 403–420.
2. Малинин Н.Н. Кто есть кто в сопротивлении материалов / Под редакцией В.Л.Данилова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. С.190 – 192.
3. В.Н. Сидоров. Лекции по сопротивлению материалов и теории упругости. М.: Редакционно – издательский центр Генерального штаба Вооруженных Сил Российской Федерации, 2002.
4. СНиП II-23.81\*. Стальные конструкции. – М.: ФГУП ЦПП. 2006.
5. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений. – М.: КД «ЛИБРОКОМ», 2009. С. 41–50.

**Приложение 1. Коэффициент продольного изгиба  $\varphi$**

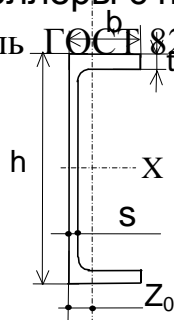
$\lambda$	Расчётное сопротивление стали R(кН/см <sup>2</sup> )							
	21	22	24	27	30	32	33	36
0	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0,98775	0,9875	0,987	0,9855	0,9845	0,984	0,98375	0,983
20	0,96575	0,9645	0,962	0,95975	0,957	0,955	0,95425	0,952
30	0,937	0,935	0,931	0,92575	0,9205	0,917	0,9155	0,911
40	0,903	0,9	0,894	0,88575	0,878	0,873	0,8705	0,863
50	0,86475	0,8605	0,852	0,84	0,829	0,822	0,81875	0,809
60	0,8215	0,816	0,805	0,79	0,7755	0,766	0,76175	0,749
70	0,775	0,768	0,754	0,7315	0,7055	0,687	0,67875	0,654
80	0,722	0,71	0,686	0,65225	0,6215	0,602	0,598	0,586
90	0,65175	0,6385	0,612	0,57675	0,5435	0,522	0,51225	0,483
100	0,58475	0,5705	0,542	0,50525	0,4705	0,448	0,438	0,408
110	0,52225	0,5075	0,478	0,43975	0,404	0,381	0,37025	0,338
120	0,464	0,449	0,419	0,37925	0,3435	0,321	0,3125	0,287
130	0,40975	0,3945	0,364	0,32575	0,2945	0,276	0,26875	0,247
140	0,36075	0,3455	0,315	0,28275	0,256	0,24	0,23375	0,215
150	0,315	0,302	0,276	0,24825	0,225	0,211	0,2055	0,189
160	0,2785	0,267	0,244	0,22	0,1995	0,187	0,182	0,167
170	0,24875	0,2385	0,218	0,19625	0,178	0,167	0,16275	0,15
180	0,22375	0,2145	0,196	0,1765	0,16	0,15	0,14625	0,135
190	0,20175	0,1935	0,177	0,15975	0,145	0,136	0,1325	0,122
200	0,1835	0,176	0,161	0,14525	0,132	0,124	0,12075	0,111
210	0,16725	0,1605	0,147	0,13275	0,1205	0,113	0,11025	0,102



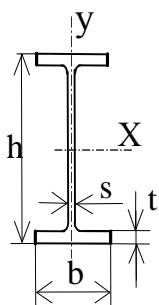
## Приложение 2.Сортамент прокатных профилей

Швеллеры с параллельными гранями полок

Сталь ГОСТ 8240 - 97



№	Размеры				Справочные данные для осей								
					A	x - x				y- y			Z <sub>0</sub>
	h	b	s	t		J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	i <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	J <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	i <sub>y</sub>	
	мм				см <sup>2</sup>	см <sup>4</sup>	см <sup>3</sup>	см	см <sup>3</sup>	см <sup>4</sup>	см <sup>3</sup>	см	см
5П	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,61	5,95	2,99	0,98	1,21
6,5П	65	36	4,4	7,2	7,51	48,8	15,0	2,55	9,02	9,35	4,06	1,12	1,29
8П	89	40	4,5	7,4	8,98	89,8	22,5	3,16	13,3	13,9	3,31	1,24	1,38
10П	100	46	4,5	7,6	10,9	175	34,6	3,99	20,5	22,6	7,37	1,44	1,53
12П	120	52	4,8	7,8	13,3	305	50,8	4,79	29,7	34,9	9,84	1,62	1,66
14П	140	58	4,9	8,1	15,6	493	70,4	5,61	40,8	51,5	12,9	1,81	1,82
16П	160	64	5	8,4	18,1	750	93,8	6,44	54,3	72,8	16,4	2	1,97
16Па	160	68	5	9	19,5	827	103	6,51	59,3	90,5	19,6	2,15	2,19
18П	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,26	70	100	20,6	2,2	2,14
18Па	180	74	5,1	9,3	22,2	1200	133	7,34	76,3	123	24,3	2,35	2,36
20П	200	76	5,2	9	23,4	1530	153	8,08	88	134	25,2	2,39	2,3
22П	220	82	5,4	9,5	26,7	2120	193	8,90	111	178	31	2,58	2,47
24П	240	90	5,6	10	30,6	2910	243	9,75	139	248	39,5	2,85	2,72
27П	270	95	6	10,5	35,2	4180	310	10,9	178	314	46,7	2,99	2,78
30П	300	100	6,5	11	40,5	5830	389	12	224	393	54,8	3,12	2,83
33П	330	105	7	11,7	46,5	8010	486	13,1	281	491	64,6	3,25	2,9
36П	360	110	7,5	12,6	53,4	10850	603	14,3	350	611	76,3	3,38	2,99
40П	400	115	8	13,5	61,5	15260	763	15,8	445	760	88,9	3,51	3,05

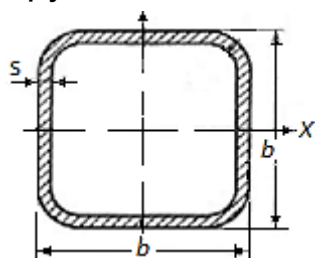


## Двутавры с параллельными гранями полок

Сталь ГОСТ 26020 – 83

Размеры					Справочные данные для осей							
№	h	b	s	t	A	x - x				y - y		
						J <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	i <sub>x</sub>	J <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	i <sub>y</sub>
мм					см <sup>2</sup>	см <sup>4</sup>	см <sup>3</sup>	см <sup>3</sup>	см	см <sup>4</sup>	см <sup>3</sup>	см
10Б1	100	55	4,1	5,7	10,32	171	34,2	19,7	4,07	15,9	5,8	1,24
12Б1	117,6	64	3,8	5,1	11,03	257	43,8	24,9	4,83	22,4	7	1,42
12Б2	120	64	4,4	6,3	13,21	318	53,0	30,4	4,90	27,7	8,6	1,45
14Б1	137,4	73	3,8	5,6	13,39	435	63,3	35,8	5,7	36,4	10	1,65
14Б2	140	73	4,7	6,9	16,43	541	77,3	44,2	5,74	44,9	12,3	1,65
16Б1	157	82	4	5,9	16,18	689	87,8	49,5	6,53	54,4	13,3	1,83
16Б2	160	82	5,0	7,4	20,09	869	108,7	61,9	6,58	68,3	16,6	1,84
18Б1	177	91	4,3	6,5	19,58	1063	120,1	67,7	7,37	81,9	18	2,04
18Б2	180	91	5,3	8,0	23,95	1 317	146,3	83,2	7,41	100,8	22,2	2,05
20Б1	200	100	5,6	8,5	28,49	1 943	194,3	110,3	8,26	142,3	28,5	2,23
23Б1	230	110	5,6	9,0	32,91	2 996	260,5	147,2	9,54	200,3	36,4	2,47
26Б1	258	120	5,8	8,5	35,62	4024	312	176,6	10,63	245,6	40,9	2,63
26Б2	261	120	6,0	10,0	39,70	4 654	356,6	201,5	10,83	288,8	48,1	2,70
30Б1	296	140	5,8	8,5	41,9	6 328	427	240	12,29	390	55,7	3,05
30Б2	299	140	6,0	10,0	46,67	7 293	487,8	273,8	12,50	458,6	65,5	3,13
35Б1	346	155	6,2	8,5	49,5	10 060	581,7	328,6	14,25	529,6	68,3	3,27
35Б2	349	155	6,5	10,0	55,5	11 550	662,2	373	14,47	622,9	80,4	3,36
40Б1	392	165	7	9,5	61,2	15 750	803,6	456	16,03	714,9	86,7	3,42
40Б2	396	165	7,5	11,5	69,72	18 530	935,7	529,7	16,30	865,0	104,8	3,52
45Б1	443	180	7,8	11	76,23	24940	1125,8	639,5	18,09	1073,7	119,3	3,75
45Б2	447	180	8,4	13,0	85,96	28 870	1 292	732,9	18,32	1 269	141,0	3,84
50Б1	492	200	8,8	12	92,98	37160	1511	860,4	19,99	1606	160,6	4,16
50Б2	496	200	9,2	14,0	102,8	42 390	1 709	970,2	20,30	1 873	187,3	4,27
55Б2	547	220	10,0	15,5	124,8	62 790	2 296	1 302	22,43	2 760	250,9	4,70
60Б2	597	230	11,0	17,5	147,3	87 640	2 939	1 669	24,39	3 561	309,6	4,92
70Б2	697	260	12,5	18,5	183,6	145 912	4 187	2 393	28,19	5 437	418,3	5,44
80Б2	798	280	14,0	20,5	226,6	232 200	5 820	3 343	32,01	7 527	537,6	5,76
90Б2	900	300	15,5	22,0	272,4	349 200	7 760	4 480	35,80	9 943	662,8	6,04
100Б2	998	320	17,0	25,0	328,9	516 400	10 350	5 980	39,62	13 710	856,9	6,46

## Трубы стальные квадратные



ГОСТ 8639-82

Размер	Толщина стенки мм,	Площадь сечения см <sup>2</sup>	Момент инерции, см <sup>4</sup>	Момент сопротивления, см <sup>3</sup>	Радиус инерции см
<i>b</i>	<i>s</i>	<i>A</i>	$J_x = J_y$	$W_x = W_y$	$i_x = i_y$
25	1,0	0,943	0,897	0,718	0,975
	1,5	1,37	1,24	0,996	0,951
	2,0	1,77	1,53	1,22	0,930
	2,5	2,14	1,77	1,41	0,909
	3,0	2,48	1,95	1,56	0,887
30	2,0	2,17	2,79	1,86	1,134
	2,5	2,64	3,27	2,18	1,113
	3,0	3,08	3,66	2,44	1,090
	3,5	3,50	3,98	2,65	1,066
35	4,0	3,88	4,23	2,82	1,044
	2,0	2,57	4,61	2,63	1,339
	2,5	3,14	5,44	3,11	1,316
	3,0	3,68	6,17	3,52	1,295
	3,5	4,20	6,78	3,88	1,271
40	4,0	4,68	7,30	4,17	1,249
	5,0	5,57	8,05	4,60	1,202
	2,0	2,97	7,07	3,53	1,543
	2,5	3,64	8,42	4,21	1,521
	3,0	4,28	9,61	4,81	1,498
	3,5	4,90	10,66	5,33	1,475
42	4,0	5,48	11,57	5,79	1,453
	5,0	6,57	13,01	6,50	1,407
	6,0	7,54	13,96	6,98	1,361
	3,0	4,52	11,30	5,38	1,581
	3,5	5,18	12,56	5,98	1,557
45	4,0	5,80	13,67	6,51	1,535
	5,0	6,97	15,45	7,36	1,489
	6,0	8,02	16,69	7,95	1,443
	3,0	4,88	14,15	6,29	1,703
	3,5	5,60	15,79	7,02	1,679
	4,0	6,28	17,25	7,67	1,657
	5,0	7,57	19,66	8,38	1,612
50	6,0	8,74	21,42	9,52	1,566
	7,0	9,80	22,60	10,04	1,519
	8,0	10,74	23,23	10,33	1,471
	3,0	5,48	19,93	7,97	1,907
	3,5	6,30	22,35	8,94	1,884
	4,0	7,08	24,54	9,82	1,862
	5,0	8,57	28,26	11,30	1,816
50	6,0	9,94	31,15	12,46	1,770
	7,0	11,20	33,28	13,31	1,724
	8,0	12,34	34,70	13,88	1,677

60	3,5	7,70	40,44	13,48	2,292
	4,0	8,68	44,73	14,91	2,270
	5,0	10,57	52,30	17,43	2,224
	6,0	12,34	58,60	19,53	2,179
	7,0	14,00	63,71	21,24	2,133
	8,0	15,54	67,71	22,57	2,087
70	4,0	10,28	73,74	21,07	2,678
	5,0	12,57	87,12	24,89	2,633
	6,0	14,74	98,69	28,20	2,588
	7,0	16,80	108,56	31,02	2,542
	8,0	18,74	116,81	33,37	2,497
80	4,0	11,88	113,17	28,29	3,086
	5,0	14,57	134,73	33,68	3,041
	6,0	17,14	153,84	38,46	2,996
	7,0	19,60	170,63	42,66	2,951
	8,0	21,94	185,20	46,30	2,905
90	5,0	16,57	197,12	43,80	3,449
	6,0	19,54	226,44	50,32	3,404
	7,0	22,40	252,71	56,16	3,359
	8,0	25,14	276,08	61,35	3,314
100	6,0	21,94	318,89	63,78	3,812
	7,0	25,20	357,62	71,52	3,767
	8,0	28,34	392,65	78,53	3,722
	9,0	31,37	424,11	84,82	3,677
110	6,0	24,34	433,59	78,83	4,221
	7,0	28,00	488,14	88,75	4,175
	8,0	31,54	538,11	97,84	4,131
	9,0	34,97	583,63	106,11	4,085
120	6,0	26,74	572,94	95,49	4,629
	7,0	30,80	647,09	107,85	4,584
	8,0	34,74	715,66	119,28	4,539
	9,0	38,57	778,82	129,80	4,494
140	6,0	31,54	935,19	133,60	5,445
	7,0	36,40	1061,44	151,63	5,400
	8,0	41,14	1179,83	168,55	5,355
	9,0	45,77	1290,58	184,37	5,310
150	7,0	39,20	1322,44	176,32	5,808
	8,0	44,34	1472,85	196,38	5,763
	9,0	49,37	1614,37	215,25	5,718
	10,0	54,28	1747,21	232,96	5,674
160	4,0	24,7	989,7	123,7	6,33
	5,0	30,7	1214,6	151,8	6,29
	6,0	36,8	1435,1	179,4	6,24
	7,0	42,8	1640,8	205,1	6,19
	8,0	48,7	1836,9	229,6	6,14
180	8,0	53,94	2634,06	292,67	6,988
	9,0	60,17	2900,49	322,28	6,943
	10,0	66,28	3153,95	350,44	6,898
	12,0	78,17	3623,01	402,56	6,808
	14,0	89,59	4043,41	449,27	6,718

*Учебное издание*

**Соловьёв Г.П., Ульпи В.В.**

**РАСЧЕТ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ  
НА УСТОЙЧИВОСТЬ**

Учебное пособие

Редактор Кирьянова И.И.

Верстка Семикина С.П.

Подписано в печать 15.02.2017  
Формат 60\*90 1/8  
Бумага мелованная. Печать цифровая

Отпечатано в типографии МАРХИ  
107031, Москва, Рождественка, 11/4  
+7(495)625-70-62 oop@markhi.ru