

ТЕОРИЯ И ИСТОРИЯ АРХИТЕКТУРЫ

Научная статья

УДК/UDC 72.013:726:271.2(470)

DOI: 10.24412/1998-4839-2024-4-80-101

Теоретическая основа семантико-математического анализа архитектуры русских православных соборов с применением графиков и построений дифференциальной и фрактальной геометрии

Николай Александрович Петров-Спиридонов¹

Московский архитектурный институт (государственная академия), Москва, Россия

nicnord@mail.ru

Аннотация. В статье представлен подход к анализу объемно-пространственной композиции православных соборов в России на основе комплексного применения графического и семантико-аналитического методов. Для графического анализа использованы графики из области дифференциальной и фрактальной геометрии. Семантическая часть анализа объектов проводится по традиционным для православного круга понятиям и представлениям. Продемонстрировано существование наиболее устойчивых вариантов гармонизации объемно-пространственной композиции и плана соборов. Предложено условно поделить названные варианты гармонизации на шесть категорий, соответствующих крупным историческим периодам. Выработаны теоретические обобщения относительно единства наиболее гармоничных способов развития объемно-пространственной композиции соборов и религиозных категорий православия. По итогам исследования предложен для обсуждения постулат о синхронном «многослойном» пропорционировании архитектурных форм русских православных соборов и храмов.

Ключевые слова: архитектура православных соборов России, теория формообразования, методы математического моделирования и графического анализа, объемно-пространственная композиция, принципы архитектурного проектирования

Для цитирования: Петров-Спиридонов Н.А. Теоретическая основа семантико-математического анализа архитектуры русских православных соборов с применением графиков и построений дифференциальной и фрактальной геометрии // Architecture and Modern Information Technologies. 2024. №4(69). С. 80-101. URL: https://marhi.ru/AMIT/2024/4kvart24/PDF/06_petrov.pdf DOI: 10.24412/1998-4839-2024-4-80-101

ARCHITECTURAL HISTORY AND CRITICISM

Original article

Theoretical foundations of semantic-mathematical analysis of Russian Orthodox cathedrals' architecture using graphs and constructions from differential and fractal geometry

Nickolai A. Petrov-Spiridonov¹

Moscow Architectural Institute (State Academy), Moscow, Russia

nicnord@mail.ru

Abstract. The article presents an approach to analysis the spatial composition of Orthodox cathedrals in Russia based on a comprehensive application of graphical and semantic-analytical

¹ © Петров-Спиридонов Н.А., 2024

methods. Graphical analysis employs graphs derived from the fields of differential and fractal geometry. The semantic component of the analysis is conducted within the framework of concepts and representations traditional to the Orthodox context. The study demonstrates the existence of the most stable variants of harmonizing the spatial composition and plans of cathedrals. It is proposed to conditionally divide these harmonization variants into six categories corresponding to major historical periods. Theoretical generalizations are made regarding the unity of the most harmonious methods for developing the spatial composition of cathedrals and the religious categories of Orthodoxy. Based on the study's results, a postulate is proposed for discussion concerning the synchronous "multilayered" proportioning of architectural forms in Russian Orthodox cathedrals and churches.

Keywords: architecture of Russian Orthodox cathedrals, theory of form generation, methods of mathematical modeling and graphical analysis, spatial composition, principles of architectural design

For citation: Petrov-Spiridonov N.A. Theoretical foundations of semantic-mathematical analysis of Russian Orthodox cathedrals' architecture using graphs and constructions from differential and fractal geometry. *Architecture and Modern Information Technologies*, 2024, no. 4(69), pp. 80-101. Available at: https://marhi.ru/AMIT/2024/4kvart24/PDF/06_petrov.pdf
DOI: 10.24412/1998-4839-2024-4-80-101

О принципах гармонизации плана и высотно-ярусного развития объемно-пространственной композиции в русском храмостроении

Вопросы пропорционирования храмов детально рассмотрены в ряде работ. Так, монография К.Н. Афанасьева посвящена анализу численных пропорций планов и разрезов многих принципиально значимых соборов и храмов Руси и России [1]. Работы подобного рода составляют основу геометрического анализа архитектуры соборов и храмов. К этому ряду работ относятся труды Брунова Н.И.², Венгеровой М.Э. [2], Городовой М.Н. [3] Гримма Г.Д.³, Крохина В.А. [4], Курбатовой Н.В. [5], Максимова П.Н. [6], Степанова М.В. [7] и др.

Актуально возможное расширение данного направления в сторону смыслового объяснения известных визуально-графических и численных результатов с точки зрения религиозного сознания и зодчих, и общества. Смысловое либо визуально-эстетическое объяснение геометрически и численно зафиксированных пропорций позволяет выработать цельные приемы проектирования, в нашем случае православных соборов и отчасти приходских храмов.

Принципиально важным, вероятно, является следующий момент. Технически анализ плана, разреза, фасада проще всего осуществляется в двумерном пространстве – т.е. на чертеже обычной ортогональной проекции. Описать пропорционирование объемов и устройство объемно-пространственной композиции с точки зрения гармонизации объемов методически много сложнее. В данном случае сложно изыскать «материальные», точнее, легко исчисляемые арифметически, единицы измерения.

Тем не менее, объемно-пространственную композицию «в цифрах» тоже вполне возможно оценить, по мнению автора. Пусть на данный момент это не вполне возможно сделать посредством создания единой математической модели, но возможно сопоставить родство (или, напротив, дисгармонию) графиков функций и модельных построений, явно и достаточно однозначно отвечающих геометрии объектов (одновременно в трех проекциях) – соборов, храмов.

² Брунов Н.И. Пропорции античной и средневековой архитектуры. Москва: Всесоюзная академия архитектуры, 1936. 139 с.

³ Гримм Г.Д. Пропорциональность в архитектуре. Москва; Ленинград: ОНТИ. Главная редакция строительной литературы, 1935. 148 с.

В известной степени в исследовании затронута тема конкретной графической (и отчасти математической функциональной) диспозиции относительно того, что «красота плана обязательно читается в красоте архитектуры здания в целом». Заметим, данное весьма романтическое и видимо достоверное суждение редко выходит на «доказательный» уровень с применением конкретных величин – функций либо чисел пропорций. Конкретный арсенал математических функций и моделей для визуально-графического (не параметрического) сопоставления с архитектурой храмов безграничен. Рассматриваемые функции и модели являются небольшой частью возможного.

Цель данной работы можно сформулировать так: поиск и описание способов гармонизации плана и объемно-пространственной композиции православных русских соборов с применением математических приемов, в увязке с образно-семантическим наполнением их архитектуры. Также целью исследования является поиск индивидуальных и характерных для соборов геометрических сочетаний, выражаемых численно (математически) и в виде словесных формул.

Практическая цель работы – выявление приемов проектирования, которые могут быть «опорными» для данной категории архитектуры. Это, по сути, становится центральной задачей исследований подобного рода, т.к. внешняя подражательность тем или иным историческим образцам не является самостоятельным «опорным приемом».

Нюансы сочетания графического и семантического анализа архитектуры православных соборов и храмов

Если можно применить для анализа архитектуры (названных объектов) набор неких линий как фрагментов точно известных функций и обсуждать степень их гармоничности через соотношения чисел, коэффициентов, углов и показать единственность и неповторимость сочетаний – то это не более чем иллюстрация *посредством математической модели*. *Ключевой вопрос – что именно мы пытаемся иллюстрировать методом сопоставления с графиками неких функций и как трактовать полученные результаты?*

Ответ на данной стадии исследования автору представляется таким: мы пытаемся иллюстрировать *семантически значимую* гармоничность форм (соборов и храмов) мерой совпадения с ясными и выразительными линиями функций либо фрактальных построений. Основными словами, несмотря на направленность данного исследования в область математической графики, все равно являются «семантическая значимость форм», поскольку поиск механических, неодушевленных сочетаний не является путем разработки творческих инструментов зодчего в храмостроении.

Во избежание нежелательных эффектов «архитектурного заклинательства»⁴ хотелось бы сразу позиционировать следующее. Слова «семантическая значимость» (или «наполненность», «цельность» и т.д.) подразумевают выразительность образно-ассоциативной системы объемно-пространственных построений, вкупе с декором, в отношении узнаваемости и ясности православных категорий. Сами по себе категории православной семантики и категории визуального совмещения графиков и построений различного функционального и модельно-аналогового характера с архитектурой – заведомо разные явления. Но, тем не менее, мера согласованности архитектурных форм с «математическими» обводами и линиями и выразительность храмовой семантики как таковой – вполне могут быть, по мнению автора, объектами коррелятивного сравнения как минимум в отношении того, что мера постижения человеком Божиего замысла о мире так или иначе соответствует сразу всем возможным видам гармонизации – и пространственной, и живописной, и текстовой, и музыкальной. Эта мысль может быть доказана элементарно, с точки зрения автора. Так, если говорить о самых значимых иконах

⁴ Под словами «архитектурное заклинательство» автор подразумевает нередко встречающееся явление превозношения чьих – либо заслуг взамен объективных доказательств неких достижений (или преимуществ, достоинств) в области архитектуры.

– Троице преп. Андрея Рублева, о подлинниках Владимирской и Тихвинской икон – то ни один человек из знающих построение линий, красок и цветового поля этих великих произведений не усомнится в том, что их пространство настолько «многомерно» и «комплексно», говоря современным языком, что там найдется место и эмоциям, и математическим линиям. Иными словами, если в произведении изначально заложена гармония, родственная Божественной – то это проявится и в визуально-цветовых ощущениях, и в математических построениях, которые красиво и чисто совпадут с архитектурными формами – если мы говорим о соборах и храмах.

Методика визуально-графических сопоставлений архитектурных форм и графиков функций

Методика оценки параметров и графиков из области дифференциальной геометрии (в данной работе) в сопоставлении с формами соборов. В программе Desmos построена цепная линия Ц по уравнению $y = a \cosh K x/a$, с различными вариантами коэффициентов К и а; затем графическим способом к полученной цепной линии построена трактриса Т и отмечены центры и радиуса окружностей участков цепной линии ОКР, т.е. построена ее *эволюта*⁵ (рис. 1). Для дальнейших рассуждений важно то, что архитектурные формы синхронно сопоставляются не с единичной кривой, а с семействами из трех однозначно взаимосвязанных кривых.

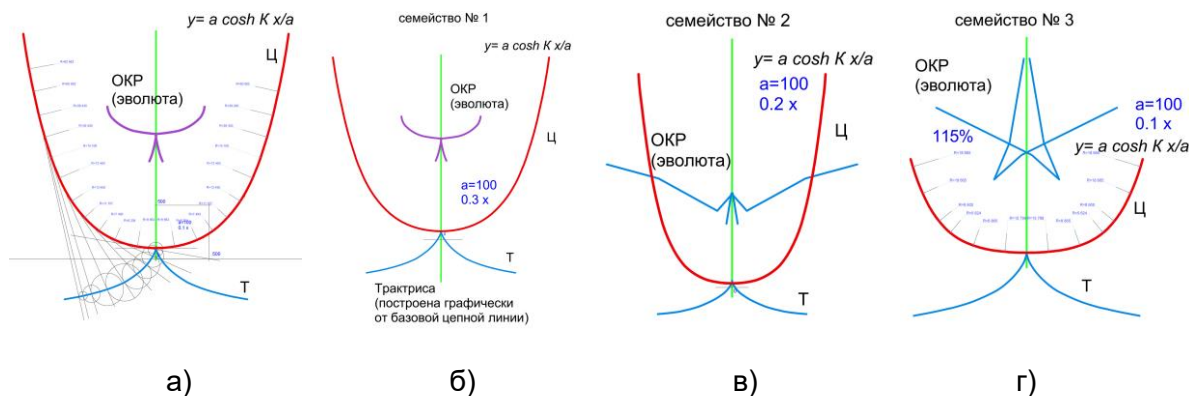


Рис. 1. Базовые построения линий для сопоставления с формами соборов: а) основной набор кривых, применяемых в проведенном анализе чертежей. Пояснения: Ц – исходная цепная линия, построенная в программе Desmos, Т – трактриса, ей отвечающая, ОКР – центры окружностей участков цепной линии – эволюта цепной линии; б, в, г) варианты базового построения семейства кривых, представленных на рис. 1 а, под названием «семейство» №№ 1, 2, 3, что является вариациями построения на рис. 1 а, с различными коэффициентами, примененными для построения исходной цепной линии

Вариантов сочетаний функций может быть достаточно много, но это не создаст рецепта проектирования нового шедевра. Более того, это не отразит духовного переживания, выраженного в пространственных решениях.

Математическое описание может быть весьма выразительным. Но, тем не менее, автор не видит причин подозревать какие бы то ни было красивые, чистые сочетания функций и чисел в том, что они являются «зашифрованными тайнами мироздания». Гармоничная форма рождается от серьезных переживаний духовного и художественного рода, а

⁵ Соотношения между трактрисой, цепной линией и центрами ее окружностей (участков цепной) именуется так: цепная линия – это эволюта по отношению к трактрисе, центры окружностей участков цепной линии – это эволюта по отношению к самой цепной линии. Соответственно, если рассматривать обратный порядок – то цепная линия, построенная от центров окружностей (ее участков) – это ее эвольвента, а трактриса – эвольвента цепной линии (Янпольский А.Р. Гиперболические функции. Москва, 1960).

математическая модель может быть не более чем зеркалом, отображающим созданное. Никаких «первопричин» храмовой архитектуры в математических моделях и цифрах априори нет.

Комментарии к фрактальным построениям в аспекте статьи

В современности существует множество компьютерных программ, предназначенных либо для развлечения фрактальными картинками, либо для дизайна. Результаты абстрактных построений могут быть признаны достаточно красивыми (рис. 2). Тем не менее автор считает нужным дать один комментарий.

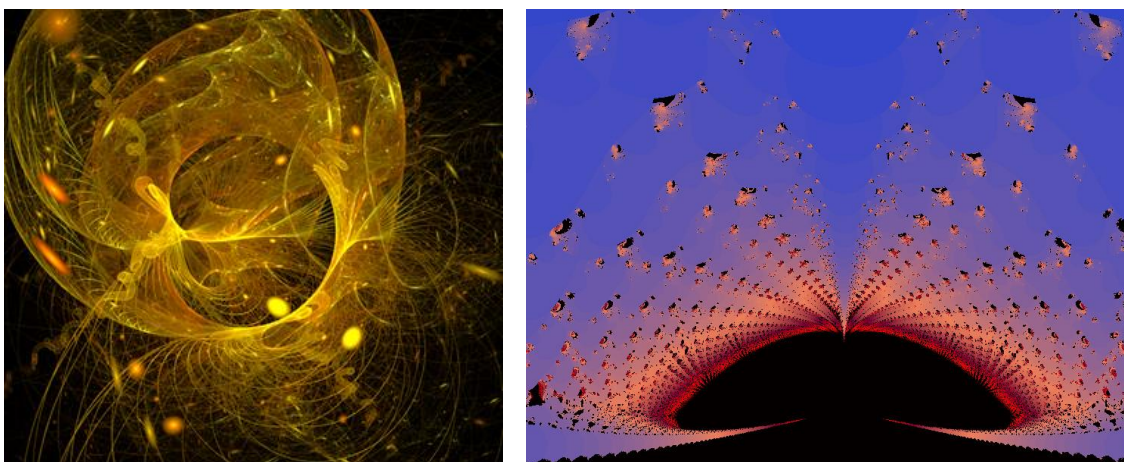


Рис. 2. Результаты образования изображений посредством компьютерных программ фрактальной графики (произвольной)

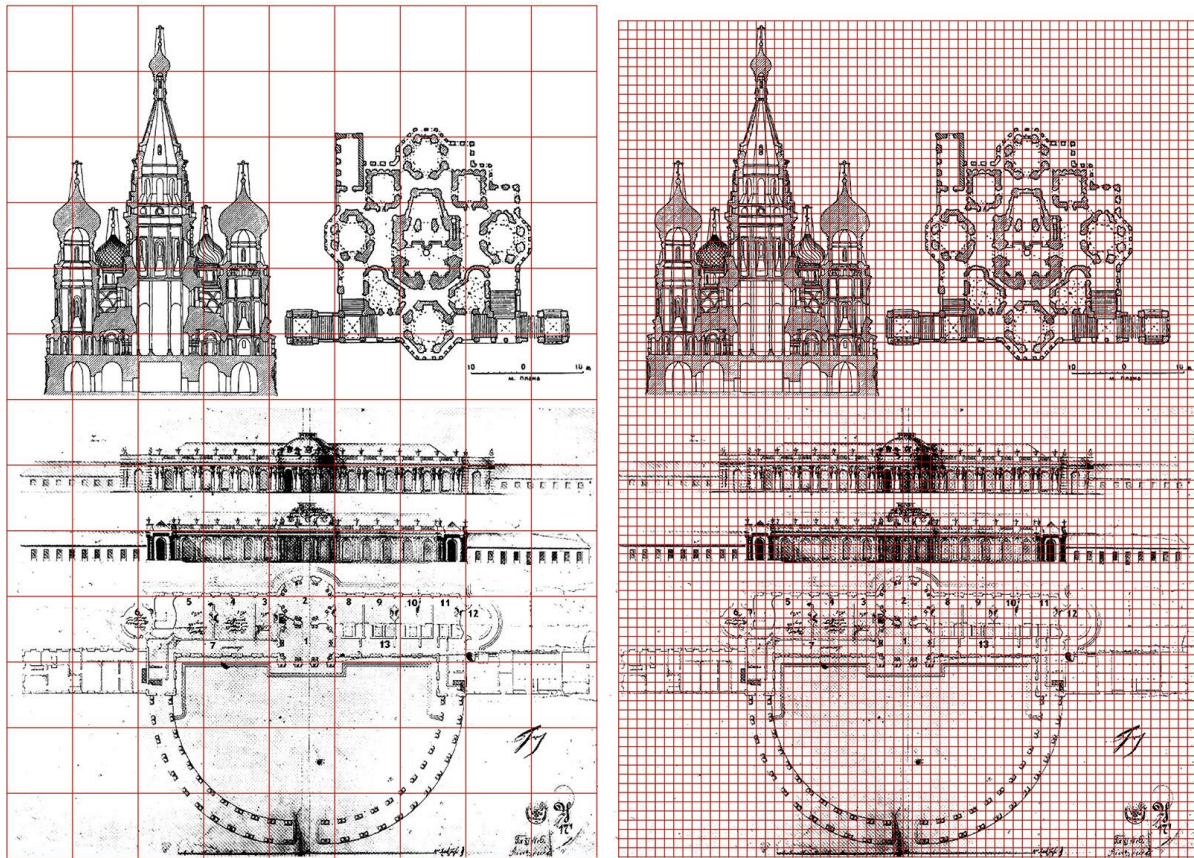
Некая красота этих изображений налицо, но вот с наполнением явно не все однозначно – они не рожают никаких серьезных чувств и скорее относятся к области фантомов настроения. Или почему-то возникает такая ассоциация, что их общее звучание сродни «потустороннему» пению морских зверей под водой – нерпы и т.д. Эти голоса своеобразны, и даже поразительны – в них есть мелодия, но они потрясают своей явной принадлежностью «подводному царству» – это голос затонувших кораблей, водной пустыни, вечного холода, – словом, всего того, что не особо по душе живому человеку⁶.

Поэтому применение стохастических фрактальных вычислений для выявления особенностей архитектуры храмов и соборов, чье предназначение – концентрация представлений о Жизни, и земной, и Вечной, и в том числе максимально наглядное представление о Горнем Мире – это видимо большой вопрос. Но как критерий или система критериев фрактальный анализ в данной тематике вполне может быть употребим, по мнению автора, при условии функциональной и *семантической* адаптации к задачам самого направления.

Формальный анализ фрактальной размерности «по клеточкам» вряд ли применим напрямую. Несмотря на то, что подобный опыт известен в научной литературе – в частности, в отношении анализа архитектуры мечетей, например, у авторов Исмаила Х.Д.А., Шишина М.Ю., данная методология на наш взгляд нуждается в существенной доработке [8]. Проблема такова: анализ чертежей «по клеточкам» при большой степени детализации (т.е. по мере уменьшения размеров единичной ячейки сетки), по сути, может доказать только корреляцию объекта «с самим собой». Схема

⁶ Автору доводилось слышать записи голосов «морского зверя» на зимовке в Соловках. Специалисты биофака МГУ производили подледные записи на Реболде специальной аппаратурой, которая позволяла воспроизвести звук на магнитофоне непосредственно после наблюдений.

показана на рисунке 3. Уменьшение ячеек в пределе дает повторение рисунка фасадов (линий плана, разреза и пр.). Переносить же матрицу (сетку) от одного объекта на другой и вычислять статистические параметры, допустим, для фасада собора Василия Блаженного по матрице от дворца Сан-Суси как минимум абсурдно, т.е. правильные арифметически числа фрактальной размерности могут ничего не значить по существу (рис. 3).



а)

б)

Рис. 3. Сопоставление «сеток» фрактального анализа для фасадов и планов – собора Василия Блаженного (вверху) и дворца Сан-Суси (внизу): а) сетка с крупным шагом не позволяет уловить индивидуальность объекта; б) сетка с мелким шагом позволяет приблизиться к индивидуальной геометрии объекта, но ее невозможно численно сравнить с геометрией другого объекта, т.к. центры сравнений и расчета неизбежно не единые, а принадлежащие каждому объекту индивидуально

Пояснение: вычисление фрактальной размерности производится по следующему принципу. Изображение объекта совмещается с ортогональной сеткой определенного шага. Ячейки, в которых присутствуют элементы изображения, фиксируют. Затем для выявленных таким путем ячеек вычисляется фрактальная размерность – например, среднее квадратичное отклонение (методический вопрос – по отношению к чему?). Совершенно очевидно, что по мере дробления сетки число совпадений с индивидуальными элементами объекта будет расти, но кроме факта корреляции объекта «с самим собой» этот метод не позволяет ничего получить для архитектуры.

Поэтому в данном исследовании термин «фрактальный анализ» или «построение» употребляется в узком смысле, как область логического или численного анализа *только для явно самоподобных форм* (объемов) в пределах одного объекта или серии схожих объектов. Т.е. если в объемно-пространственной композиции собора (храма) присутствует

явно видимый ряд самоподобных элементарных форм – шаров, кубов, призм и пр., либо ряд из разномасштабных сложных форм одной геометрии – то только в этом случае в исследовании речь идет о фрактальном анализе⁷.

Для пояснения приведено изображение колокольни Новодевичьего монастыря в Москве – по мнению автора, подобные построения можно недвусмысленно назвать «фрактальными» в прямом смысле, т.к. принцип самоподобия элементов (либо цельных модулей, либо базовых геометрических форм) налицо, и при этом очевидно, что между собой эти элементы организованы по некоему пространственному закону (рис. 4). Сам по себе пространственный закон организации самоподобных элементов может быть как строгой математической функцией, так логической (вербальной) формулой.

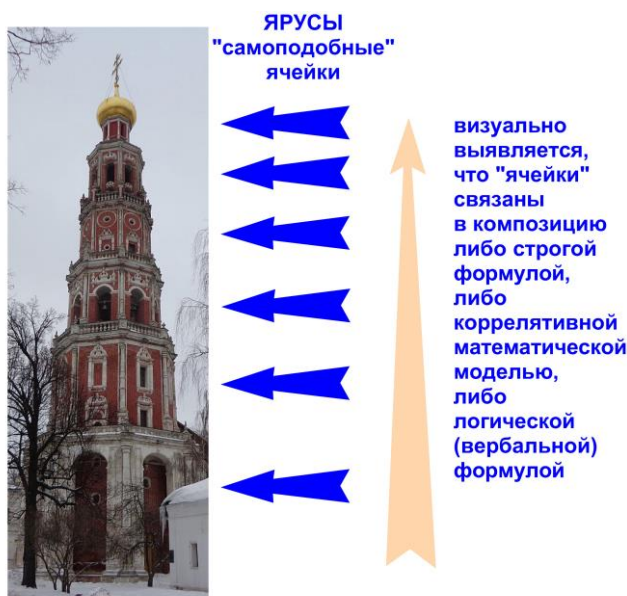


Рис. 4. Колокольня Новодевичьего монастыря в Москве. Ярусы – элементы фрактального построения композиции

Примеры анализа объемно-пространственной композиции соборов и храмов с помощью графиков и построений из области дифференциальной и фрактальной геометрии

О графиках из области дифференциальной геометрии. Далее представлена иллюстрация совмещения основных чертежей Преображенского собора Переяславля-Залесского с некоторыми кривыми из области дифференциальной геометрии (рис. 5).

Мы видим, что «самоподобных» форм практически не прослеживается, но кривые, построенные на основе цепной линии с различными коэффициентами (рис. 1), достаточно ярко характеризуют объект. Анализ геометрии Спасо-Преображенского собора Переяславля-Залесского показал, что пары эволюта-эвольвента всего несколькими вариантами коэффициентов и некоторыми вспомогательными построениями позволяют достаточно однозначно описать особенности архитектуры собора (использованы семейства кривых из рис. 1б,в,г). Выявлено, что объемно-пространственная композиция собора, вероятнее всего, имеет две вертикальные оси, совпадающие в яблоке купола. Одна из них строго вертикальна, вторая начинается чуть западнее, порядка 0,5-1 м в уровне пола и идет вверх с углом порядка 86-87 градусов, с запада на восток (рис. 5а, семейство кривых №1, по несовпадению ОКР с востока и запада выявляется начало

⁷ Ситуации такого рода, что из миллиона микрокубиков можно смоделировать любой собор, с определенной погрешностью, также не рассматриваются.

«второй оси»). На рисунке 5а наличие «второй оси» видно и на фасаде – чтобы цепная линия Ц3 совпала с линией закомар (семейство кривых №3), ее ось У необходимо повернуть по часовой стрелке примерно на 4 градуса, что и образует «вторую ось», вероятно, имеющую семантическую нагрузку в композиции. То есть совмещение плана с семействами кривых №1 с востока и запада и наложение семейства кривых №3 на общую линию закомар вместе подтверждают наличие «второй оси».

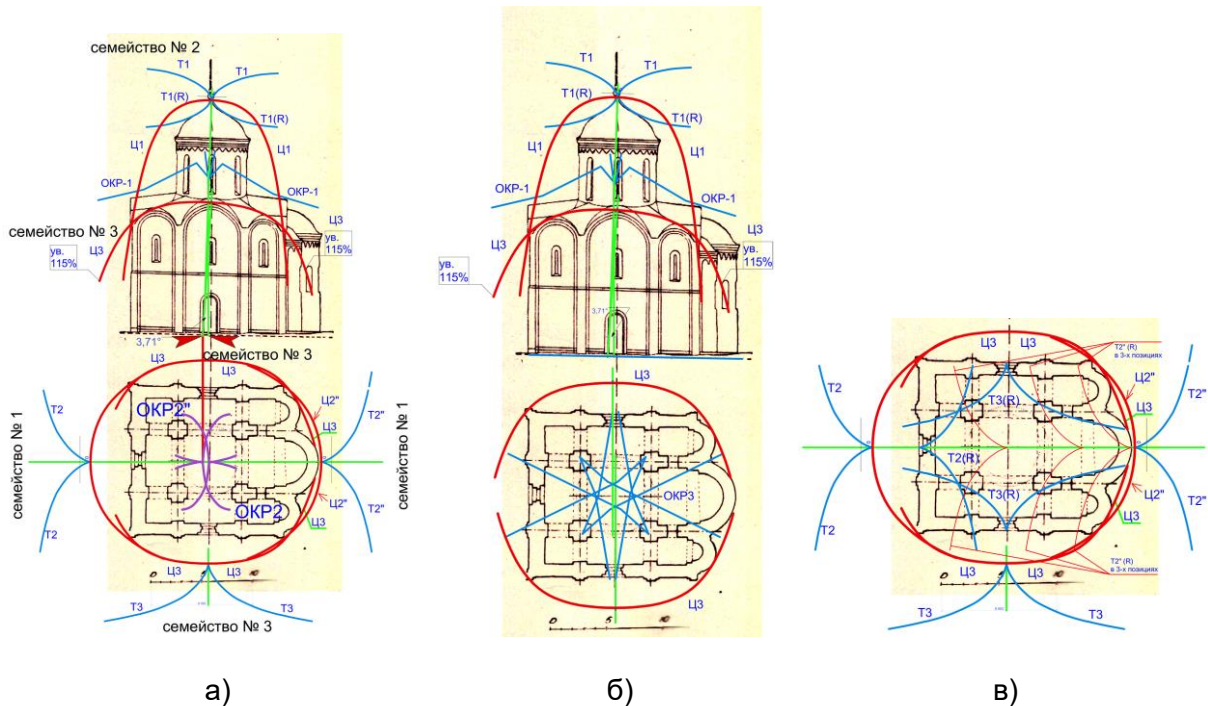


Рис. 5. Совмещение линий базовых цепных линий (Ц) и их вторичных производных – трактрис (Т) и центров внутренних окружностей – эволютов (ОКР): а) внизу – цепные линии Ц2 при охвате плана «снаружи» с запада и востока показывают своими эволютами «двойственность» геометрического центра плана, что послужило основанием поиска «второй» вертикальной оси; охват цепными линиями Ц3 плана с севера и юга перекликается с охватом контура закомар такой же геометрией линии Ц3 на южном (северном) фасадах при ее наклоне, так, что исходная ось У кривой указывает «вторую вертикальную ось», т.е. пластика фасада подтверждает наличие второй оси; семейство кривых №2 (вверху) показывает взаимную согласованность цепной линии, охватывающей главные обводы фасада, и ее эволюты, задающей расположение сводов; б) построение аналогично рисунку А, внизу дополнительно показана эволюта цепной линии Ц3, переломы которой совпадают с центрами столпов; в) расположение столпов и границы алтарей также коррелируют с определенными положениями «отзеркаленных» по собственной оси У трактрис цепных линий Ц2 и Ц3, охватывающих план, как на рис. 1а; данный факт в данный момент установлен лишь как геометрическое совпадение, трактовка пока не представляется возможной

Относительно того, что названо «второй осью», необходимо обобщение следующего рода. Если ось «первая» является строго ортогональной (и геометрическим фактом), проходящей через яблоко и шельгу свода, то ось «вторая» является умозрительной. Поэтому ее восприятие человеком автор считает нужным отнести к разряду таких сложно инициируемых явлений, как «намоленность храма»⁸. Видимо, восприятие таких вещей основано на поисках человеком идеалов веры. Как человек чувствует «намоленность храма», желая быть к ней причастным душой, так и в отношении геометрии – движение

⁸ «Намоленность» старых храмов с давней историей не отрицает никто из верующих, но формального определения она не имеет, хотя привязана к определенным пространствам.

ассоциативно-геометрическое, задаваемое наклонной осью, взлетающей вверх с запада на восток, возможно читается как побуждение к движению духовному.

Далее, если в яблоке купола начать цепную линию, охватывающую основные формы собора ветвями (вниз, семейство кривых №2), то ее эволюта (ОКР) задает расположение сводов, а «отзеркаленная» относительно своего начала по оси X трактриса T задает начало форм купола. То есть налицо некое математически связанное и *возможно заранее запрограммированное пространство, формируемое синхронно семействами кривых, связанных «дифференциально», а не одной кривой или элементарной фигурой.* Предположительно, это играет семантическую роль – степень гармонизации прочитывается человеком как мера возвышенности пространства, как мера неотмирности. При этом визуально эти линии построения форм, разумеется, никак не выражены – они в прямом смысле невидимы глазу.

Также выявлено, что места расположения столпов Спасо-Преображенского собора в плане согласуются с геометрией вспомогательных построений к цепным линиям, гармонично охватывающим план с внешней стороны (семейство кривых №3, характеризующее фасад по законам, *в том же масштабе*). Места расположения столпов отвечают характеристическим перегибам линий, построенных по центрам радиусов участков цепных линий (т.е. по их эволютам) – это ОКРЗ на рисунке 5б – семейство кривых №3. Разбивка плана на нефы и положение столпов, по невыясненной в данный момент закономерности, точно совпадает с отзеркаленными трактрисами от цепных линий, охватывающих план, с некоторыми смещениями по осям исходных цепных линий (рис. 5в, семейство кривых №1). В целом множественность совпадений с парами «эволюта-эвольвента» и их элементами не может быть признана случайной и не отвечающей внутренним законам построения объемно-пространственной композиции соборов. Но, на данный момент, алгоритм применения подобных математических построений в изначальном проектировании собора совершенно неясен. Также в принципе неясно, могли ли подобные геометрические построения быть задуманы зодчими изначальными. Но мы и не можем сказать «априори этого не было», т.к. совпадения слишком выразительны.

О фрактальных построениях. На основании изложенного выше о фрактальном анализе автором предлагается следующее. Метод «анализа по клеточкам» далее не применяется. Используется методическое упрощение, условно именуемое «объемно-композиционное фрактальное построение», далее – ОКФП. По сути (определение) – ОКФП есть отвечающая основной геометрии объекта (собора, храма) объемно-пространственная композиция из простейших форм либо эталонных объемов, схожих по принципу «самоподобия», повторяющихся более 3-х (для базовых форм 2-х) раз и объединенных посредством соответствия четко диагностируемой математической либо *логическо-вербальной* функции⁹. Уточнение: а) слова «логическо-вербальной» функции означают, что закономерность объединения элементарных фигур, форм, эталонных объемов, если не находится ясного уравнения, график которого объединял бы формы, может быть выражена словесно-численным способом, если он трактуется однозначно; б) изначальное число базовых фигур ориентировочно не более 5-7 (шаров, призм, пирамид, кубов и т.д.), и также изначальное число эталонных многофигурных объемов – не более 3-5 (например, один ярус колокольни Новодевичьего монастыря в Москве может быть принят как единственный «эталонный» объем по отношению к композиции колокольни).

Уточнение относительно возможности применения «логическо-вербальных» формул. С точки зрения математики как таковой корректными задачами и корректными решениями признается все то, что недвусмысленно выражается именно математическими формулами, функциями, определениями, символами и т.д. Любой вновь вводимый оператор (определение, символ и пр.) не может быть представлен иначе, как через строгую связь с существующей системой математических определений. Архитектура же вполне

⁹ Термин «ОКФП» не подразумевает единственности и исключительности предлагаемых вариантов анализа композиции в каждом конкретном случае.

дозволяет применять в качестве «закона» различные словесные сочетания, которые отображают основной принцип гармонизации того или иного произведения. Это вполне обосновано, т.к. сумма всех архитектурных характеристик слишком широка – это и параметрические характеристики, и графические, и эмоционально-художественные, и социокультурные, и инженерно-физические и т.д.

В пользу ОКФП как способа анализа говорит несколько аргументов. Во-первых, этот метод отображения объемно-пространственной композиции объекта позволяет выявлять его индивидуальность и исключает абсурд. Здесь имеется в виду то, что фрактальная размерность «по клеточкам» может численно совпадать у фасада красивого архитектурного объекта и допустим у геометрии внутренней полости красивой конкреции с кристаллами в толще карбонатных пород. Во-вторых, ОКФП отдаленно согласуется с ордером как системой «несущего и несомых ярусов», хотя, безусловно, о явном ордере речь не обязательно идет. Аналоги известны в естественнонаучных дисциплинах [9].

Как пример автором разобрано соотношение форм церкви Санта Мария делла Салюте в Венеции. Данный объект выбран потому, что в нем прослеживается ясная пропорциональность фрактального характера для базовых фигур при центрическом плане. Выявлена четкая функциональная зависимость между размерами сфер А, Б, В, Г, Д на рисунке 6. На основании этого предложенное построение и сопутствующие ему варианты математического описания предлагается считать достоверным вариантом ОКФП (не единственным) для данного памятника.

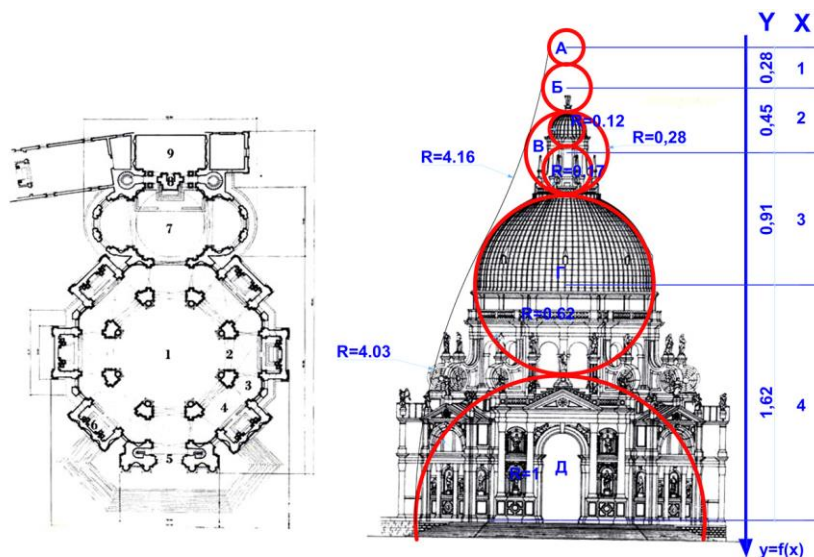


Рис. 6. Фрактальный анализ объемов церкви Санта Мария делла Салюте предложенным методом ОКФП

Радиус базовой (нижней) сферы принят за 1. Диаметр верхнего сводика (навершия церкви) условно равен 0,1, прочие размеры сфер даны в долях единицы. Взаимовязка размеров сфер А, Б, В, Г, Д представлена далее в пояснениях

Пояснения к рисунку 6¹⁰. Вариант ОКФП построен следующим образом. Вертикально, на одной оси, распложены пять сфер А, Б, В, Г и Д. Верхняя сфера А в 10 раз меньше нижней Д и соответствует обводам навершия церкви, сфера Г соответствует геометрии основного

¹⁰ Поскольку исходные чертежи как правило мелкомасштабные, все построения неизбежно имеют погрешности, которые возможно устранить только путем фактического выполнения лазерной съемки. Тем не менее, в масштабах крупных объемов (сфер и т.д.) построения достоверны, по мнению автора.

свода. Сфера В по диаметру равна сумме диаметров А и Б, а сами сферы А и Б по отношению к реальному объекту «мнимые» в том смысле, что в реальности они стоят не на сфере Б, как в варианте ОКФП, а помещены внутрь сферы В. Т.е. реальная композиция объекта – это три сферы В, Г и Д, с вписанными внутрь В сферами А и Б. Математически взаиморасположение сфер А, Б, В, Г и Д выгладит так: если суммам радиусов, последовательно, А+Б, Б+В, В+Г, Г+Д присвоить значения Y (в долях единицы, как на рис. 6), а значения X назначить 1, 2, 3, 4 как ранговые шаги от одной пары сфер к другой, то программы распознавания функции $y=f(x)$ дают результаты:

линейная регрессия $y=0.45x-0.30$
коэффициент линейной парной корреляции 0.97

квадратичная регрессия $y=0.13x^2-0.23x+0.37$
коэффициент корреляции 1.00

кубическая регрессия $y=-0.01x^3+0.19x^2-0.34x+0.44$
коэффициент корреляции 1
средняя ошибка аппроксимации, % 0.00 %

степенная регрессия $y=0.24x^{1.24}$
коэффициент корреляции 0.96

показательная регрессия $y=0.15 \cdot 1.82x$
коэффициент корреляции 1.00

экспоненциальная регрессия $y=e^{-1.91+0.60x}$
коэффициент корреляции 1.00

Факт наличия выраженных функциональных моделей налицо, несмотря на малое число точек. Таким образом, данный вариант ОКФП может быть признан достаточно достоверным. На предложенном примере продемонстрирована сама возможность анализа храмовых форм методом ОКФП.

О семантической стороне рассмотренного варианта ОКФП, поскольку это несколько выходит за рамки темы, мы кратко упомянем, что индивидуальное творчество архитектора Бальдассаре Лонгены неизбежно включало в себя и общественное сознание католиков того времени (середины XVII века), как это было повсюду. Следовательно, зародившийся в Средние века в Европе тип ОКФП «сфера на полусфере» возможно был неявным, но характерным приемом организации религиозных пространств со времен Возрождения, хотя это сочетание базовых форм присутствовало много ранее и в византийской архитектуре. Собор Софии Константинопольской также может быть достаточно достоверно оценен на основе ОКФП «сфера на полусфере», как и собор Святого Петра Микеланджело и др. Устойчивое сочетание основы вариантов ОКФП для некоторых храмов Возрождения и ряда русских соборов по схеме «сфера на полусфере» автором предлагается именовать «фрактальным сферическим ордером¹¹ (или субордером)».

Основные варианты гармонизации плана и объемно-пространственной композиции соборов в целом

О способах названной гармонизации можно сказать, что о принципиальных различиях речь не идет (до того момента, пока не утрачивается религиозный смысл самого здания). Вне типовые, не свойственные православному миропониманию формы в аспекте

¹¹ В данном случае слово «ордер» употребляется не в аналогии с традиционной понятийной категорией ордера, т.к. это не архитектурная система. Термин подразумевает «порядок элементов» в прямом смысле, возможно из соображений корректности это следует именовать «субордером».

архитектуры православных соборов не рассматриваются. Предложенные деления являются в значительной мере условными; градации введены в основном для удобства в учебно-методическом использовании.

Итак, в работе предложено все варианты гармонизации «план-разрез-фасад» (т.е. варианты основной объемно-пространственной композиции соборов) поделить на шесть условных категорий. Для выявления названных категорий применялся в том числе графическо-сравнительный анализ на основе предложенных методик математического моделирования пропорций. Поскольку обозначенные в работе соборы широко известны, иллюстрации по ним не приводятся или приводятся минимально, что обусловлено объемом статьи. Все приводимые построения с легкостью могут быть повторены простейшими архитектурными программами.

Первый тип можно назвать гармонизацией по принципу *иератического реализма*. Исторически это соответствует в основном первой половине Средневековья. Это суждение не означает, что в более поздние периоды глубокое религиозное осознание храмового пространства отсутствовало.

Основные приемы:

План достаточно рационален, т.к. габариты, расстановка столпов и геометрия стен в значительной степени были заданы особенностями инженерно-конструктивных систем деревянного зодчества и армокаменного строительства, со спецификой устройства деревянных и кованых связей, без тонкой арматуры. Но при этом, возможно именно благодаря относительной простоте, достигались ярко выраженные интонации священного пространства.

Развитие объемно-пространственной композиции по высоте, с одной стороны, обусловлено конструктивными возможностями. С другой, именно священное предназначение пространства создает последовательность развития геометрии сводов, пластику барабанов и куполов, атмосферу собора в целом. Главным приемом можно назвать *пропорционирование на основе чувства священного предназначения пространства*. Многие старинные соборы, как Спасо-Преображенский собор Переяславля-Залесского, являются прекрасными примерами подобного пропорционирования.

Важным принципом является то, что можно именовать намеренным избеганием остро выраженных «геометрических» эффектов, таких, как неумный подъем ввысь, искусственное напряжение форм в ярусе сводов, механическое заострение закомар и пр.

Соборы времен XI-XIV веков, как известно, характеризуются ясно выраженным отображением планов на фасадах: прясла не смещены относительно конструкции, нет декоративных кокошников и т.д.

Мерой совершенства архитектуры Спасо-Преображенского собора Переяславля-Залесского (рис. 5) можно назвать состояние тепла и звучности формы. Этим подтверждается мысль о том, что основным посылом профессиональной мысли (в отношении способа гармонизации объемов) является возможно более полное отображение *прямого* ощущения благости церковного пространства. Декоративность как некий «посредник» между человеком и священным пространством собора намеренно не вводится в действие.

При этом проверка пропорций собора путем сопоставления основных обводов с базовыми кривыми показывает, что несколько простых сочетаний (абстрактных в смысле церковной семантики в усложненных сочетаниях, функций) характеризуют объемно-

пространственную композицию собора в целом¹². При значительном отсутствии декора это дает основание говорить о том, что выразительность архитектуры собора достигается за счет внутренней гармонизации объемно-пространственной композиции. Это заключение совпадает с ранее высказанными предположениями автора о том, что религиозно-эмоциональный статус *предстояния перед Богом* архитектура обретает прежде всего в объемно-пространственной композиции, затем уже этот статус подчеркивается декором, если таковой применяется, т.е. декор не обязателен для создания главного впечатления и состояния пространства [10].

Второй тип – это гармонизация плана и объемно-пространственной композиции с внутренним пониманием иератического реализма и с активным насыщением сложно развитыми (зачастую, но не всегда) вариантами декора и архитектурно-художественных приемов. Исторически это соборы XV века, эпохи Иоанна Грозного, отчасти соборы XVI-XVII вв. По-своему это нередко уникальное сочетание «геометрий» – «дифференциальной» и «фрактальной». Так, Спасо-Преображенский собор Соловецкого монастыря сочетается и с построениями, аналогичными приведенным для Спасо-Преображенского собора Переяславля-Залесского, с явным выявлением второй «наклонной оси», знаменующей взлет души к Горнему Миру, и одновременно имеет признаки фрактальных построений, с некими допущениями: «храмы-палатки» в верхнем ярусе собора – это и отчасти ренессанс новгородского зодчества, как и весь собор, так одновременно и прием «фрактального построения» – они «самобopodobны» самому собору с неким коэффициентом уменьшения. Собор Василия Блаженного – также отвечает многим закономерностям математического моделирования как из рода дифференциальной геометрии (шатер и арки либо шипцы на основном объеме восьмериков)¹³, так и из рода фрактальных построений – уже на плане. Храмы внутри «самopodobны», но объединены внешним построением – шатрами, взаимоувязанными по аналогии с кривыми дифференциальной геометрии (рис. 7). Иными словами, названные соборы «знамениты» и в математическом отношении тоже¹⁴.

Пояснения к рисунку 7. Стрелками указаны элементы «самopodobия», или фрактальные построения (храмы-палатки для Спасо-Преображенского собора), семействами линий из рис. 1, с некоторым линейным масштабированием – совпадение с графиками из области дифференциальной геометрии.

Иллюстрация 7а, обозначения: Ц1 – базовая цепная линия, построенная в программе Desmos, ОКР1 – центры окружностей для Ц1 (эволюта), Т1 – производная от Ц1 трактриса – построение взято из рисунка 5, с линейным пропорционированием. Семейство линий Ц1', ОКР1', Т1' (Т1' зерк.) уменьшены от первого с коэффициентом около 0,77. Так же, как и для Спасо-Преображенского собора Переяславля-Залесского, проявляется наличие «наклонной оси», ее центр на плане находится в самом центре, обозначен «Н»; ОКР в обоих построениях илл. А коррелируют с расположением сводов; «отзеркаленная» трактриса (Т1' зерк.) задает расположение куполов.

Иллюстрация 7б, обозначения: Ц2 – базовая цепная линия, построенная в программе Desmos, ОКР2 – центры окружностей для Ц2 (эволюта), Т2 – производная от Ц2 трактриса – построение также аналогично рисунку 5, с иными коэффициентами исходной цепной

¹² В иллюстрациях к статье показаны в основном двухмерные чертежи и построения, но при наличии явной симметрии и рациональности форм становится очевидным, что совпадения конкретики формообразования и «математических» линий в плоскости вполне отвечает построениям по осям X. Y. Z.

¹³ О присутствии «фрактальности» говорит уже достаточно явное самоподобие храмов (в плане) и шатров в самой композиции, а о линиях дифференциальной геометрии свидетельствует, например совпадение разреза шатра (в целом) и астроида с некими коэффициентами и ее производной, также совпадающей с параметрами основной объемно-пространственной композиции через некоторые коэффициенты.

¹⁴ Также необходимо учитывать, что существует неизбежная графическая погрешность в приводимых иллюстрациях.

линии. С учетом того, что собор в известной мере есть «геометрическое тело вращения», точнее, «фрактального вращения» – повтора элементов при определенных углах поворота, можно считать, что приведенное семейство взаимосвязанных линий дает некие значимые пояснения к пропорциям собора. Даже с учетом всех погрешностей графики очевидно, что линия ОКР2 задает геометрию шатра и взаимное расположение куполов; трактриса T2 при смещении (голубой пунктир) совпадает с ОКР2 и коррелирует при этом с геометрией башен высоких приделов; сама трактриса T2, если развернуть в линию (как развертку фасада) главы малых шатров (отрезок А на плане), практически совпадает с перепадами высот между малыми и большими столповыми храмами – по яблоку куполов.

Таким образом, можно говорить о наличии весьма сложном «комбинаторном» применении и линий из области дифференциальной геометрии, и элементов фрактального построения одновременно – для рассмотренных объектов. В этом период зодчества времен Иоанна Грозного, видимо, уникален.

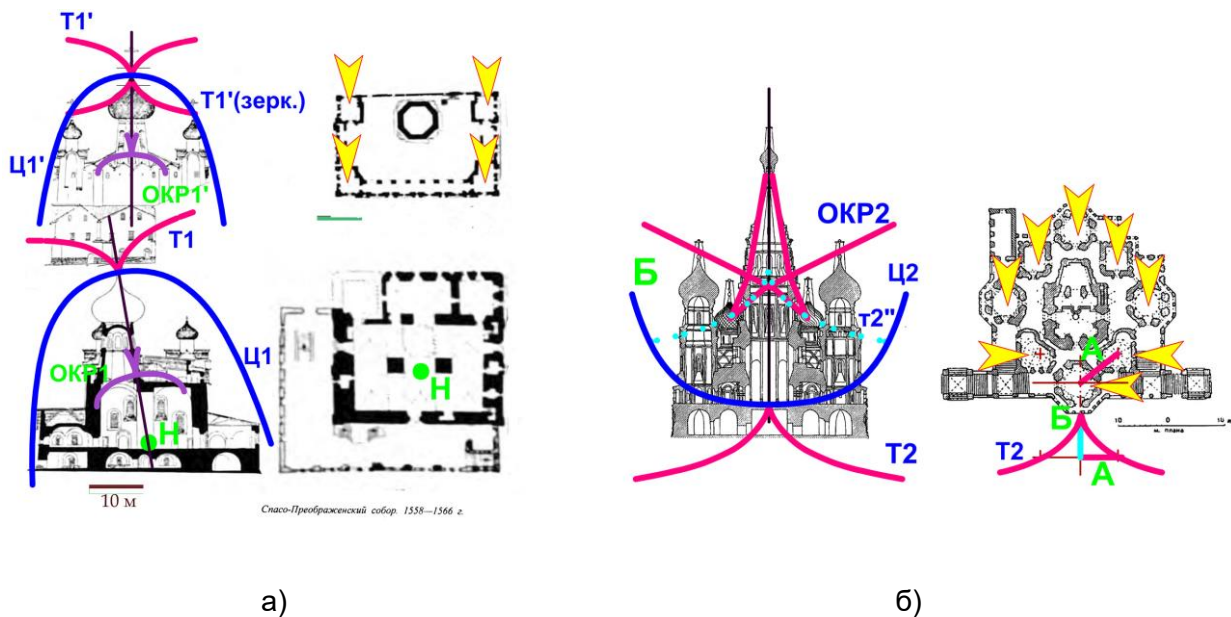


Рис. 7. Варианты анализа хрестоматийных объектов предложенными способами – путем сопоставления с графиками из области дифференциальной геометрии и с выделением элементов объемно-пространственного подобия (т.е. с выделением условных фрактальных единиц): а) Спасо-Преображенский собор Соловецкого монастыря, сопоставление с названными построениями и выделение «фрактальных» элементов стрелками; б) собор Покрова на Рву, сопоставление с названными построениями и выделение «фрактальных» элементов стрелками

Третий тип – можно назвать типом или методом «универсализации и типизации» опыта русского храмового зодчества. «Вторая ось» часто растворяется, сливается с первой. Характерный признак универсализации и типизации архитектуры русских соборов допетровской Руси – невозможность (ориентировочно с XVII в.) выделить преобладание сочетаний либо с графиками из рода дифференциальной геометрии, либо из рода фрактальных построений.

Четвертый тип – это своеобразный и декоративно яркий период синодальной эпохи, ориентировочно до середины – последней четверти XIX века. Пример: Исаакиевский собор Петербурга вполне отвечает логике «фрактального сферического субордера». Налицо два варианта: либо две сферы «свода», повторенные по высоте, стоят на полусфере, объединяющей центральный четверик, либо одна сфера «свода» стоит на полусфере, простирающейся до максимальной ширины плана по оси запад – восток. В целом построения форм соборов, сходные с графиками из области дифференциальной

геометрии, в Синодальном периоде встречаются реже, чем построения «фрактальные», пример представлен на рисунке 8.

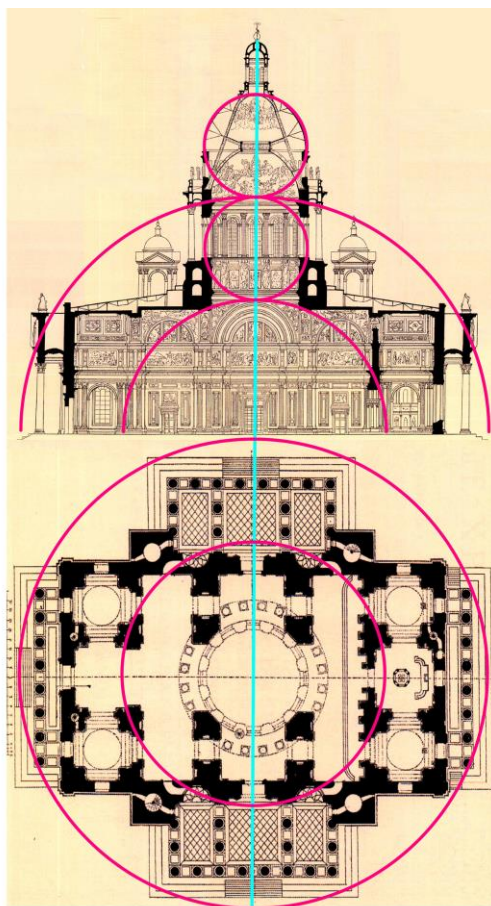


Рис. 8. ОКФП на примере чертежей Исаакиевского собора

Пятый тип – это совокупность проектировочного мышления церковных архитекторов Российской Империи в интервале от середины XIX века до революции. К данной градации относится множество подвариантов, поскольку в процессе переосмысления исторического опыта храмоздательства использовались все существовавшие к тому времени прототипы. Существенно то, что при частом совпадении с формами Средневековья соборы как минимум не стали гармоничнее по критерию соответствия с изучаемыми математическими построениями. Нередко нарастает предпочтение к фрактальным построениям. Например, многие чертежи соборов из «Энциклопедии» Г.В. Барановского¹⁵ явно имеют родство с логикой фрактальных построений – «самоподобные» элементы образуют развитие плана, нередко центрического; в целом прослеживается применение «фрактального сферического субордера» в объемно-пространственной композиции неовизантийских соборов; декор и локальная пластика фасадов также часто «фрактальны», т.е. организованы из самоподобных элементов.

Шестой тип – это совокупность приемов проектирования соборов от 1990-х годов до современности. В целом проектирование основано на прежних прототипах, тем не менее можно говорить о появлении некоторых специфических особенностей. Они неоднозначны. Когда мы говорили об особенностях архитектуры Спасо-Преображенского собора Переяславля-Залесского, то мы, по сути, акцентировали внимание на том, что математическими иллюстрациями лишь интонируется наличие стройного объемно-

¹⁵ Барановский Г.В. Архитектурная энциклопедия второй половины XIX века: в 8 томах. Том 1. Архитектура исповеданий. Санкт-Петербург: Редакция журнала «Строитель», 1902.

композиционного «ядра». На данном этапе мы даже не в силах полностью распознать семантику этого «ядра» и только говорим о том, что оно есть. Также через фрактальные построения мы интонируем наличие объемно-пространственного ядра другого рода – «фрактального сферического субордера».

Современности более свойственна, по мнению автора, погоня за «силуэтностью», а не сосредоточенность на создании ясного объемно-пространственного «ядра» собора. Отчасти это уже было выявлено автором на уровне типологических градаций [11]. Основным вывод упоминаемого здесь исследования состоит в том, что не наблюдается процесса кристаллизации новых или «перекристаллизации» старых типов соборов вокруг неких гармонических идеалов форм, внутреннего пространства и декора. И это вполне коррелирует с потенциальными иллюстрациями посредством математики – «ядро» должно интонироваться некими ясными построениями, если степень зрелости и одухотворенности зодчества растет. Если объемно-композиционное «ядро» не интонируется или неотчетливо интонируется математическими линиями или сочетаниями «фрактальных» форм – то вряд ли можно говорить о позитивных тенденциях в развитии локальных этапов зодчества.

Рассмотренные шесть типов гармонизации плана и объемно-пространственной композиции соборов, по мнению автора, могут быть оценены, наряду с традиционным набором архитектурных признаков, по соотношению числа совпадений с геометрией функций из рода графиков дифференциальной геометрии и фрактальных построений. В том числе, соотношение числа совпадений архитектурных форм с разнородными линиями (в их долях) из области дифференциальной и фрактальной геометрии является, видимо, одним из диагностических признаков различных эпох и течений.

Обобщение относительно семантического осмысления форм соборов с помощью графиков математических функций и о связи функций с эффектом «дематериализации»

Как показало исследование, основные различия в семантических нюансах архитектуры соборов, потенциально выявляемое с помощью математических функций и фракталов, следующее.

Русские соборы Средневековья тяготеют в большей степени к общему способу организации форм, который можно назвать родственным графикам из области дифференциальной геометрии. С развитием декоративности традиционных русских форм и с приходом барокко увеличивается число графических совпадений архитектуры и фрактальных построений. «Апогей» числа признаков фрактальности компонентов, видимо, приходится на крупные соборы неовизантийского ряда и, возможно, соборов «историзма» конца XIX – начала XX вв.

Современные соборы, по мнению автора, не занимают какой-либо отчетливо выраженной позиции в смысле соотношения построений по принципу дифференциальной либо фрактальной геометрии.

Говорить о «предпочтительности» каких бы то ни было видов математических построений на наш взгляд не стоит – в отношении использования этих построений в проектировании православных соборов и храмов. Тем не менее, можно сказать, что сила духа и целенаправленность зодчих Руси выражалась архитектурными формами, гармоничность которых мы ныне распознаем в значительной мере через графики из области дифференциальной геометрии (в числе всех архитектурных признаков). Это прямо или косвенно говорит о том, что пространство храмов было организовано из «видимой и невидимой материи» одновременно. Сама «математичность» совпадений подсказывает нам, что глубокая степень проникновения в законы духовные словно бы подчеркивается наличием абсолютно нематериальной математической гармоничности. Более того, если вспомнить (уже как легенду отчасти) применение Гауди моделей в виде цепных линий и

сравнить это с полученными результатами, мы видим, что в самые разные века и в разных культурах мысль зодчих сродна друг другу. И кто был первооткрывателем идеи о применении цепной линии и ее производных в церковном зодчестве – вряд ли мы узнаем, но видим, что русское зодчество интуитивно или прямо использовало эти построения уже в XII веке как минимум. Как бы ни было – но замысел выразить нематериальность, «дематериализацию» архитектуры через присутствие явных, абсолютно нематериальных математических построений налицо.

Фрактальность геометрии, с одной стороны, буквально «должна» совпадать с архитектурой храмовой. Гармонизация через подобие – вполне понятный принцип. Части и целое должны быть *самоподобны* друг другу. Тем не менее, погоня за внешним, сугубо геометрическим самоподобием частей (т.е. фрактальное посторенние в прямом смысле) еще не есть создание одухотворенного пространства. Эффектность того или иного визуального приема не может заменить изначальный духовный посыл. Поэтому мы вправе говорить о том, что наличие внешне эффектной совместимости геометрии собора, храма с некими фрактальными построениями обязательно требует проверки. Причем речь идет о проверке именно семантической, т.е. о наличии визуально-ассоциативных связей с религиозными ценностями и категориями.

Подробнее об эффекте «дематериализации». Сам термин, как известно, существует давно, он упоминается отцом Павлом Флоренским и видимо еще ранее (автору в точности неизвестно начало употребления этого термина). При всей понятности этого слова автор считает нужным предложить собственное определение: *дематериализацией* применительно к православной храмовой архитектуре возможно считать явления двух родов; первое – это достижение эффекта визуальной легкости сводов и конструкций, «легкость», «полетность», когда эмоциональное ощущение «веса» существенно не соответствует реальной массе конструкций; второе – общее состояние пространства собора, храма, когда чувство физического присутствия стен и сводов уступает место ощущению тепла и благодности.

По поводу вышесказанного может быть сформулирована следующая гипотеза. *«Дематериализация», как первого, так и второго рода в исследуемых объектах достигается с применением форм, имеющих отчетливые корреляции с многими вариантами гармонических построений как из области дифференциальной геометрии, так и из области фрактальных построений по принципу, описанному для ОКФП.*

Далее, просматривается вероятность того, что степень корреляции форм с ясными «математическими» линиями человек может ощущать как присутствие мира нематериального. Это не означает в прямом смысле, что организация архитектурно-пространственных форм на основе только цифрового построения пробудит в человеке чувство сопричастности к Миру Горнему. Скорее наоборот, как было показано на примере изображений, произвольно построенных фрактальными компьютерными программами, интонации таких изображений абсолютно холодные, «отсутствующие» и не имеют родства с теплым пространством исторических соборов и храмов. Тем более, состояние пространства собора, храма, о котором говорят – «намоленное» (что само по себе вряд ли будет когда-либо разгадано) явно не родственно ни забавным фрактальным вычислениям, ни абстрактным «красивым» кривым как таковым.

Обобщенно смысл выявленных совпадений форм русских православных соборов с графиками из области дифференциальной геометрии и с фрактальными объемно-пространственными построениями показан на рисунке 9. Данная иллюстрация поясняет то, что основное семантическое ядро храма (как было ранее предположено автором) прежде всего обретает реальность в объемно-пространственной композиции, потом уже в декоре и частных деталях. Сам термин «ядро» здесь и означает максимально ясную и семантически весомую объемно-пространственную композицию собора или храма. Далее, буквально по аналогии с известной басней Крылова, мы видим, что «растаскивание» этого ядра по трем возможным направлениям – либо абстрактизации форм под искусственные

линии графиков дифференциальной геометрии, либо под механистические фрактальные построения, либо под нарочитое пропорционирование под элементарные формы – квадраты, круги и т.д. – не приводит к гармоническому облику собора или храма.

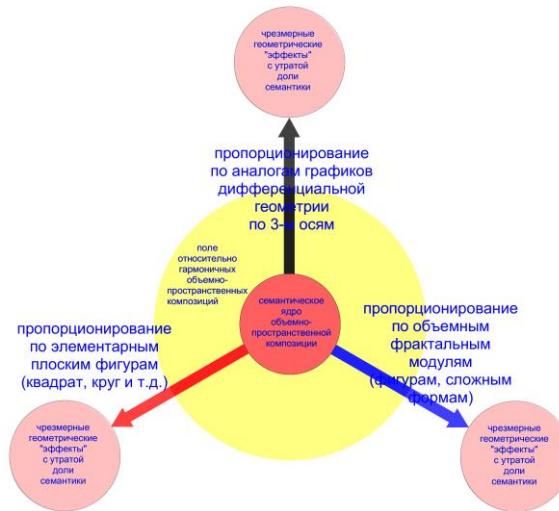


Рис. 9. Обобщенная логическая схема возможного трактования визуально-графических совпадений архитектурных форм православных русских соборов с построениями из рода дифференциальной и фрактальной геометрии и с пропорционированием по логике элементарных форм

Поскольку семантика архитектуры православных соборов и храмов заведомо не замкнута на «транслирование» неких механистических величин – чисел, графических символов и т.д., а является семантикой Вечной Жизни и потому архитектура образует сочетания неизъяснимо живых форм, линий, обводов и дает геометрическую пространственную основу присутствию *ликов* – то мы в итоге можем предположить наличие разумного и плодотворного баланса в пропорционировании по названным ранее позициям. А именно – по соответствию линиям графиков из области дифференциальной геометрии, фрактальных объемных построений – что рассматривалось в статье – и неизбежно присутствующим сочетаниям элементарных форм – кругов, квадратов и пр.

Возможно предложить к обсуждению постулат о синхронном «многослойном» пропорционировании архитектурных форм русских соборов и храмов.

Суть постулата такова: вольно или невольно зодчие находили формы, созвучные математически связанным парам (или семействам, или взаимосвязке) функций и (или) гармонически связанным фрактальным «субордерам» (целостным связкам самоподобных элементов). Более того, автор считает реальным предположение о том, что сам способ объемно-композиционного мышления был многомерным, включающим в себя выполнение проектных операций множественными связанными функциями (построениями). Вопрос безусловно дискуссионный – было ли проектное мышление зодчих Средневековья и Нового Времени «двухмерным» в смысле пропорционирования на плоскостном чертеже простыми формами и арифметическими отношениями или они мыслили *сразу трехмерным и априори математически организованным пространством*. Просматривается следующая закономерность. В архитектуре русских соборов, прежде всего средневековых, базовая часть объемно-пространственной композиции в значительной мере отображается семейством связанных кривых: цепной линией, ее эволютой (это центры окружностей участков исходной цепной линии) и трактрисой, отвечающей конкретной цепной линии. Если цепную линию поместить в яблоко главного купола и охватить ей обводы собора, то эволюта (центры окружностей) задают расположение сводов; трактриса, «отзеркаленная» по оси X от пересечения цепной линии с осью Y, задает начало обвода главного купола.

Заключение

1. Выявлены особенности визуально-графических совпадений графиков функций из рода дифференциальной геометрии, в том числе пар эволюта-эвольвента с элементами архитектуры русских православных соборов. Также выявлены некоторые особенности совпадения компонентов архитектуры православных соборов с формами и элементами фрактальной геометрии. В целом множественность совпадений с парами «эволюта-эвольвента» и их элементами не может быть признана случайной и не отвечающей внутренним законам построения объемно-пространственной композиции соборов.
2. Для соборов раннего Средневековья и периода формирования Московского Царства характерна большая степень совпадений с графиками функций из рода дифференциальной геометрии (цепной линии, трактрисы и т.д.) – причем нередко множественных совпадений, когда элементы архитектуры совпадают и с эволютой, и с эвольвентой. Для соборов Нового и более позднего времени, начиная с появления приемов барокко, характерно большее число совпадений с элементами фрактальной геометрии.
3. Анализ геометрии Спасо-Преображенского собора Переяславля-Залесского показал, что пары цепная линия-трактриса, т.е. эволюта-эвольвента всего несколькими вариантами коэффициентов и некоторыми вспомогательными построениями позволяют достаточно однозначно описать особенности архитектуры собора. Места расположения столпов отвечают характеристическим перегибам линий, построенных по центрам радиусов участков цепных линий.
4. Анализ архитектуры церкви Санта Мария дела Салюте демонстрирует возможность применения метода ОКФП (объемно-композиционного фрактального построения) для анализа храмовой архитектуры. Выявлено яркое совпадение барочных приемов и примера строго описываемого варианта ОКФП для данного объекта.
5. Устойчивое сочетание основы вариантов ОКФП для некоторых храмов Возрождения и ряда русских соборов по схеме «сфера на полусфере» автором предложено именовать «фрактальным сферическим ордером (или субордером)».
6. Одним из признаков распознавания меры архитектурной гармонизации для православных соборов и храмов может, вероятно, служить соотношение графических совпадений с линиями из области дифференциальной геометрии и из области фрактальных построений. Выявлено, что в целом от раннего Средневековья к современности возрастала условная доля совпадений геометрии соборов с фрактальными построениями, до 1917 г. В современности отчетливых соотношений данного рода построений дифференциального и фрактальной геометрии видимо не наблюдается.
7. Рассматривать какие-либо визуальные эффекты совпадения линий с формами соборов, либо сравнивать доли совпадений с графиками из области дифференциальной геометрии и фрактальных построений без семантического анализа бессмысленно. Архитектурно-пространственное единение форм и смысла православной храмовой архитектуры по своей сути является многосложным явлением, математические описания несколько не заменяют названного единения, но являются его достаточно наглядным и достоверным признаком. Весьма вероятно, что наличие математических совпадений с формами собора, храма человек невольно воспринимает и как присутствие «нематериального», т.е. мера «гармонической математизации» линий и пропорций способствует достижению эффекта дематериализации массы храмового здания.
8. По итогам исследования возможно предложить к обсуждению постулат о синхронном «многослойном» пропорционировании архитектурных форм русских соборов и храмов. Суть постулата такова: 1) вольно или невольно зодчие находили формы, созвучные математически связанным парам (или семействам, или взаимосвязке) функций и (или) гармонически связанным фрактальным «субордерам» (целостным связкам самоподобных

элементов); 2) сам способ проектировочного мышления был многомерным, включающим в себя мышление множественными связанными функциями (построениями), но не «двухмерным» в смысле пропорционирования на плоскостном чертеже простыми формами или арифметическими линейными величинами.

9. Просматривается следующая закономерность. В архитектуре русских соборов, прежде всего средневековых, базовая часть объемно-пространственной композиции в значительной мере отображается семейством связанных кривых: цепная линия, ее эволюта (центры окружностей участков исходной цепной линии) и трактрисой, отвечающей конкретной цепной линии. Если цепную линию (ее начало) поместить в яблоко главного купола и охватить ей обводы собора, то эволюта (центры окружностей) задают расположение сводов; трактриса – эвольвента, «отзеркаленная» по оси X от пересечения цепной линии с осью Y, задает начало обвода главного купола. Далее, проведенный анализ дает основания говорить о наличии в некоторых соборах двух вертикальных осей, идущих к завершению купола – одна строго вертикальна, другая, отчасти умозрительная, начинается западнее и под крутым углом взлетает к яблоку. Возможно, это создает дополнительные семантические достоинства храмового пространства.

Источники иллюстраций

Рис. 1. Иллюстрации и построения автора с применением программы Desmos и ручными построениями кривых в графических редакторах.

Рис. 2. а) Alexa Szilávcis. 2012. URL:

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=34234355> (дата обращения: 10.11.2024);

б) Gubbubu. Made with fractal program Kaos Rhei. 2005. URL:

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=125418> (дата обращения: 10.11.2024).

Рис. 3. а, б) Всеобщая история архитектуры. Том 6. Архитектура России, Украины и Белоруссии. XIV-первая половина XIX вв. Москва: Стройиздат. 1968. С. 88; URL:

https://ru.wikipedia.org/wiki/Файл:Grundriss_Sanssouci_1744.jpg (дата обращения: 22.11.2024) (в авторской обработке).

Рис. 4. Concierge.2C. 2013. URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=28454501> (дата обращения: 20.11.2024) (в авторской обработке).

Рис. 5. Построения автора по чертежам из источника: Архитектурное наследство.

Выпуск 12 / ЦНИИТИА; под ред. М.В. Будылиной, П.Н. Максимова, А.Г. Чинякова. Москва: Стройиздат, 1960. С. 48-49, рис. 1.

Рис. 6. URL: <https://gnixus.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/06/slide63.jpg> (дата обращения: 11.11.2024) (в авторской обработке).

Рис. 7. Построения автора по чертежам из источников: а) Петров Д.А. Спасо-Преображенский собор Соловецкого монастыря в его отношении к новгородской архитектуре первой половины XVI в. // Памятники архитектуры Русского Севера / сост. и отв. ред. Л.Д. Попова. Архангельск: Издательство Поморского гос. университета им. М.В. Ломоносова, 1998. С. 196-199; б) Всеобщая история архитектуры. Том 6. Архитектура России, Украины и Белоруссии. XIV-первая половина XIX вв. Москва: Стройиздат, 1968, С. 88.

Рис. 8. Построения автора по чертежам из источника: Барановский Г.В. Архитектурная энциклопедия второй половины XIX века: в 8 томах. Том 1. Архитектура исповеданий. Санкт-Петербург: Редакция журнала «Строитель», 1902.

Рис. 9. Схема автора.

Список источников

1. Афанасьев К.Н. Построение архитектурной формы древнерусскими зодчими. Москва: Ладомир, 2002. 269 с.
2. Венгерова М.Э. Мир «видимый» и мир «невидимый», раскрывающийся через символику цвета и геометрических форм в изобразительном искусстве, дизайне и архитектуре // Architecture and Modern Information Technologies. 2018. №2(43). С. 156-

170. URL: http://marhi.ru/AMIT/2018/2kvart18/10_vengerova/index.php (дата обращения: 11.11.2024).
3. Городова М.Н. Число и мера как универсалии древнерусского искусства храмоостроения: диссертация ... кандидата искусствоведения: 17.00.09 / Городова Маргарита Николаевна. Москва, 2012. 175 с.
 4. Крохин В.А. Возможные способы расчета соотношений и достижения точности при построении архитектурной формы в русском деревянном зодчестве XVI–XVIII вв. // Памятники архитектуры Русского Севера: сборник статей / сост. и отв. ред. Л.Д. Попова. Архангельск: Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 1998. С. 140-175.
 5. Курбатова Н.В. Методика целостности архитектурных аналогий: автореферат дис. кандидата архитектуры: 18.00.01 / Курбатова Надежда Владимировна. Новосибирск, 2004. 23 с.
 6. Максимов П.Н. Творческие методы древнерусских зодчих. Москва: Стройиздат, 1976. 240 с.
 7. Степанов М.В. Рабочие методы древнерусских зодчих: реконструкция рабочих методов древнерусских зодчих в период с XI до начала XVI в. Санкт-Петербург: Зодчий, 2013. 103 с.
 8. Исмаил Х.Д.А., Шишин М.Ю. Применение многоступенчатого фрактального метода в анализе шедевра исламской архитектуры – мечети Ахмад Шаха / Х.Д.А. Исмаил, М.Ю. Шишин // Искусство Евразии. 2018. №3(10). С. 37-47. URL: <https://eurasia-art.ru/index.php/art/article/view/418> (дата обращения: 11.11.2024). DOI: 10.25712/ASTU.2518-7767.2018.03.003
 9. Чумак О.В. Энтропии и фракталы в анализе данных. Изд. 2-е, испр. и доп. Москва; Ижевск: R&C Dynamics, 2012. 165 с.
 10. Петров-Спиридонов Н.А. Роль религиозного понятия «предстояние» и роль индивидуальной идеи в развитии архитектуры православных соборов России // Architecture and Modern Information Technologies. 2022. №3(60). С. 74-97. URL: https://marhi.ru/AMIT/2022/2kvart22/PDF/05_petrov.pdf (дата обращения: 11.11.2024). DOI: 10.24412/1998-4839-2022-3-74-97
 11. Петров-Спиридонов Н.А. Эволюция архитектурной типологии храмов Русской Православной Церкви в начале XX - начале XXI веков: в 2-х т.: диссертация ... кандидата архитектуры: 2.1.11 / Петров-Спиридонов Николай Александрович. Москва, 2023. 369 с.

References

1. Afanasyev K.N. *Postroenie arhitekturnoj formy drevnerusskimi zodchimi* [The construction of an architectural form by ancient Russian architects]. Moscow, 2002, 269 p.
2. Vengerova M. «Visible» and «Invisible» Worlds Revealing through Colour Symbolism and Geometric Shapes in Fine Arts, Design and Architecture. *Architecture and Modern Information Technologies*, 2018, no. 2(43), pp. 156-170. Available at: http://marhi.ru/eng/AMIT/2018/2kvart18/10_vengerova/index.php
3. Gorodova M.N. *Chislo i mera kak universalii drevnerusskogo iskusstva hramostroeniya (kand. dis.)* [Number and Measure as universals of the Ancient Russian art of church building (Cand. Dis.)]. Moscow, 2012. 175 p.

4. Krohin, V. A. *Vozmozhnye sposoby rascheta sootnoshenij i dostizheniya tochnosti pri postroenii arhitekturnoj formy v russkom derevyannom zodchestve XVI–XVIII vv.* [Possible ways to calculate ratios and achieve accuracy in the construction of architectural forms in Russian wooden architecture of the XVI–XVIII centuries]. *Pamyatniki arhitektury Russkogo Severa* [Architectural monuments of the Russian North]. Arkhangelsk, 1998, 302 p.
5. Kurbatova N.V. *Metodika celostnosti arhitekturnyh analogij (avtoref. kand. dis.)* [The methodology of the integrity of architectural analogies (Cand. Dis. Thesis)]. Novosibirsk, 2004, 23 p.
6. Maksimov P.N. *Tvorcheskie metody drevnerusskikh zodchih* [Creative methods of ancient Russian architects]. Moscow, 1976, 240 p.
7. Stepanov M.V. *Rabochie metody drevnerusskikh zodchih: rekonstrukciya rabochih metodov drevnerusskikh zodchih v period s XI do nachala XVI v.* [Working methods of ancient Russian architects: reconstruction of the working methods of ancient Russian architects in the period from the XI to the beginning of the XVI century]. Saint-Petersburg, 2013, 103 p.
8. Ismail Kh.D.A., Shishin M.Yu. Application of a multi-stage fractal method in analysis masterpieces of Islamic architecture –Ahmad Shah Mosque. *Iskusstvo Evrazii – The Art of Eurasia*, 2018, no.3(10), pp.37-47. Available at: <https://eurasia-art.ru/index.php/art/article/view/418> DOI: 10.25712/ASTU.2518-7767.2018.03.003
9. Chumak O.V. *Entropii i fraktaly v analize dannyh* [Entropies and fractals in data analysis]. Moscow, Izhevsk, 2012, 165 p.
10. Petrov-Spiridonov N.A. The role of the religious concept of "staying before God" and the role of an individual idea in the development of the architecture of Orthodox cathedrals in Russia. *Architecture and Modern Information Technologies*, 2022, no. 3(60), pp. 74–97. Available at: https://marhi.ru/AMIT/2022/2kvart22/PDF/05_petrov.pdf DOI: 10.24412/1998- 4839-2022-3-74-97
11. Petrov-Spiridonov N.A. *Evoluciya arhitekturnoj tipologii hramov Russkoj Pravoslavnoj Cerkvi v nachale XX - nachale XXI vekov (kand. dis.)* [The evolution of the architectural typology of the temples of the Russian Orthodox Church in the early XX - early XXI centuries (Cand. Dis.)] Moscow, 2023, 369 p.

ОБ АВТОРЕ

Петров-Спиридонов Николай Александрович

Кандидат архитектуры, профессор кафедры «Храмовое зодчество», Московский архитектурный институт (государственная академия), Москва, Россия
nicnord@mail.ru

ABOUT THE AUTHOR

Petrov-Spiridonov Nickolai A.

Professor, Professor of the Department of Temple Architecture, Moscow Architectural Institute (State Academy), Moscow, Russia
nicnord@mail.ru

Статья поступила в редакцию 10.10.2024; одобрена после рецензирования 25.11.2024; принята к публикации 02.12.2024.