# <u>ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И</u> АРХИТЕКТУРА

# НОРМАЛИЗОВАННЫЙ ФАСАД

УДК 514.18:004.9 ББК 22.151.3:32.81

#### С.В. Пахомов

ООО «Электротех-Медиа», Ижевск, Россия

### Аннотация

Вводится понятие и метод построения нового класса изображений в начертательной геометрии для визуализации пропорций архитектурных объектов. Разработана математическая модель поворота изображения 3D объектов при фиксированном центре проекции. По исходной фотографии строятся изображения, эквивалентные снимкам в новом направлении из данной точки съёмки. Это позволяет определять размеры и пропорции объектов изображения, а также восстанавливать параметры ракурса. Нормализованный фасад может стать рабочим инструментом графических редакторов для оперативной коррекции завалов зданий на фотографиях и выявления пропорций, заложенных на фронтальной проекции. 1

**Ключевые слова:** нормализованный фасад, начертательная геометрия, линейная перспектива, реконструкция перспективы, архитектурный анализ

# NORMALIZED FACADE

#### S. Pakhomov

LLC «Electrotech-Media», Izhevsk, Russia

### **Abstract**

The concept and method of constructing a new class of images in descriptive geometry for visualizing the proportions of architectural objects is introduced. A mathematical model of rotation of 3D-object images with a fixed center of projection is developed. From the original photo, images are built that are equivalent to pictures taken from the given viewpoint in a new direction. This allows one to determine the size and proportions of the objects in the photo, as well as to restore the foreshortening parameters. In graphic editors, the normalized facade can serve as an efficient tool for correcting "inclined buildings" in photos and determining the proportions that were introduced on the frontal projection.<sup>2</sup>

**Keywords:** normalized facade, descriptive geometry, linear perspective, perspective reconstruction, architectural analysis

Способы изображения трёхмерных объектов на плоскости характеризуют уровень развития общества и составляют предмет начертательной геометрии. Открытие законов линейной перспективы в эпоху Возрождения имело колоссальное значение для изобразительного искусства и зародило надежду на обретение абсолютно правильного метода изображения пространства. Однако уже в те времена великие художники интуитивно чувствовали тонкие противоречия между непосредственным зрительным

٠

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> **Для цитирования:** Пахомов С.В. Нормализованный фасад // Architecture and Modern Information Technologies. – 2019. – №1(46). – С. 369-392 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <a href="http://marhi.ru/AMIT/2019/1kvart19/25">http://marhi.ru/AMIT/2019/1kvart19/25</a> pahomov/index.php

For citation: Pakhomov S. Normalized Facade. Architecture and Modern Information Technologies, 2019, no. 1(46), pp. 369-392. Available at: http://marhi.ru/eng/AMIT/2019/1kvart19/25 pahomov/index.php

восприятием и линейной перспективой, поэтому никогда слепо не следовали за математикой. Изучение психологии восприятия пространства привело к построению перцептивной теории перспективы [1], которая вынесла окончательный приговор: идеального изображения объёма на плоскости быть не может. Наше подсознание воспринимает зрительные образы с учётом уже имеющегося знания об объекте, и мысленная картина, открывающаяся нашему взору, принципиально не плоская. Это создаёт предпосылки сосуществования множества разных способов изображения объёма: от различных аксонометрий и проекций до вычурных фотоснимков, полученных специальной оптикой.

Существует насущная потребность в развитии навыков восприятия архитектуры. Проблема в том, что архитектор закладывает пропорции фасада на фронтальной ортогональной проекции, а горожане рассматривают готовое строение в перспективе с высоты своего роста. «Прочесть» послание архитектора по изображению в ракурсе проблематично. Для архитектурного анализа предлагается новый класс изображений, в которых в явном виде восстановлены пропорции выделенной грани объекта. Эти изображения получаются трансформацией изображений линейной перспективы (например, обычных фотографий) по строгим математическим правилам (рис. 1).

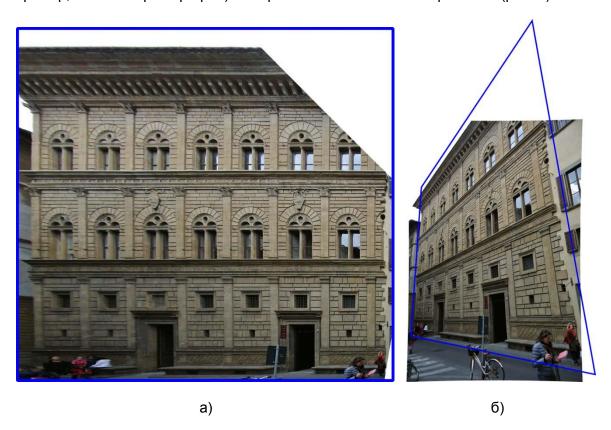


Рис. 1. Палаццо Ручеллаи (Альберти, 1451, Флоренция): а) нормализованный фасад; б) исходное фото<sup>3</sup>

### Сохранение информации при повороте картинной плоскости

Будем рассматривать идеализированную модель линейной точечной перспективы на картинную плоскость х (рис. 2). Из центра проекции S проведём пучок лучей в направлении объекта. Луч, перпендикулярный (нормальный) к поверхности проекции (картинной плоскости) SP называют главным лучом проекции или осью проекции, а точку P на картинной плоскости — главной точкой картинной плоскости. Нам потребуется ввести

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Все рисунки и фотографии в статье выполнены автором

несколько новых терминов, поэтому для удобства читателей в конце статьи приводится словарь использованных терминов.

Лучи от объекта в центр проецирования S пересекают картинную плоскость х. Точки пересечения формируют изображение. Традиционно в курсах начертательной геометрии [2] разбираются задачи построения на картинной плоскости опорных точек — вершин многогранников, небольшого количества точек кривых линий и касательных к ним. По изображениям этих точек на картинной плоскости достраивается всё изображение объекта. Мы предлагаем рассматривать проецирование как непрерывное отображение всего множества точек пространственных форм на плоскость. Для этого расширим арсенал инструментов компьютерными графическими редакторами для трансформации плоских изображений, а методы построения дополним аналитической геометрией.

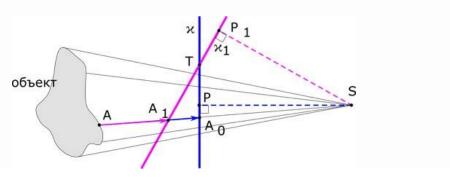


Рис. 2. Пучок проекционных лучей при проецировании поверхности объекта на картинные плоскости к и к₁

В качестве объектов проецирования без потери общности будем рассматривать пространственные формы, состоящие из связного непрерывного множества точек, занимающего конечный объём. Граничные точки объекта образуют поверхность, доступную для наблюдения (проецирования). Луч, соединяющий центр проецирования S с точкой поверхности A, переносит в точку изображения  $A_0$  характеристики (отличительные признаки) исходной точки в виде её цвета (цветовой тон и насыщенность). Множество лучей с поверхности объекта образует поток информации об объекте. Изображение объекта представляет собой пятно, заполненное цветными точками. Контраст между точками изображения информирует об особенностях формы поверхности объекта.

Формализуем представление о ракурсе. Под ракурсом будем понимать совокупность положения точки наблюдения (центра проецирования) S и направление главного луча проекции SP, совпадающего с нормалью к картинной плоскости и. Если объект не пересекает плоскость, параллельную картинной плоскости и проходящей через центр проецирования, то пятно изображения имеет конечные размеры.

При произвольном повороте картинной плоскости в положение  $\varkappa_1$ , т.е. смене ракурса в смысле изменения направления SP<sub>1</sub>, если объект по-прежнему целиком проецируется на картинную плоскость, поток информации от объекта не меняется: все исходные точки на поверхности объекта A, имевшие образ  $A_0$  на исходной картинной плоскости  $\varkappa$ , будут иметь образ  $A_1$  на новой картинной плоскости  $\varkappa_1$ . Поэтому можно говорить о взаимно однозначном отображении  $\varphi$  между изображениями на исходной картинной плоскости и на новой картинной плоскости:

$$A_1 = \varphi(A_0) \tag{1}$$

Последовательное применение серии пространственных поворотов картинной плоскости сохраняет поток информации об объекте и равносильно одному результирующему повороту из исходного положения картинной плоскости  $\kappa$  сразу в конечное положение  $\kappa$ .

$$A_n = \varphi_n(...(\varphi_2(\varphi_1(A_0))...) = \varphi_{0n}(A_0)$$
 (2)

где:  $A_n$  – изображение точки А после n-того поворота картинной плоскости;  $\phi_i$  – i-тое преобразование, соответствующее i-тому повороту плоскости;  $\phi_{0n}(A_0)$  – преобразование прямого поворота из положения  $\kappa$  в положение  $\kappa_n$ .

В частности, при возвращении картинной плоскости в исходное положение  $x_n = x$ , изображение становится идентичным исходному. Это выражает тривиальный результат, известный на бытовом уровне: повертев головой, но не изменив при этом точку наблюдения, мы новой информации об объекте не получим.

Кроме направления главного луча проекции SP на вид изображения влияет значение расстояния между центром проецирования и картинной плоскостью SP=f, которое по традиции, принятой в оптике, будем называть фокусом. Соответственно, главный луч равнозначен термину оптическая ось.

Для отражения на картинной плоскости условий проецирования введём так называемую окружность фокуса: окружность, радиус которой равен фокусу f, а центр расположен в точке P. Окружность фокуса задаёт шкалу углов проекционных лучей и позволяет различать изображения, полученные при различных значениях фокуса. Точки окружности соответствуют лучам, направленным под углом 45° к оптической оси (рис. 3).

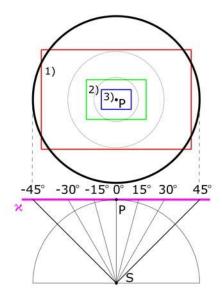


Рис. 3. Окружность фокуса и шкала углов отклонения от оптической оси. Прямоугольниками показаны рамки стандартного кадра 36×24 мм при различных фокусах: 1) f = 20 мм (короткофокусный объектив), 2) f = 50 мм (нормальный объектив), 3) f = 100 мм (длиннофокусный объектив)

В нормализованном фасаде объект часто изображается при большом удалении от главной точки картинной плоскости Р. При этом происходит существенное «растяжение» – увеличение поперечного размера. Этот эффект проявляется на групповых фото, снятых широкоугольным объективом: те, кто не успел занять место в центре, получают существенную «прибавку в весе». На рисунке 4 показано увеличение ширины изображений объектов, имеющих постоянный угловой размер. В начертательной геометрии это называется «периферическими искажениями», возникающими из-за нарушения установленной величины угла зрения [3].

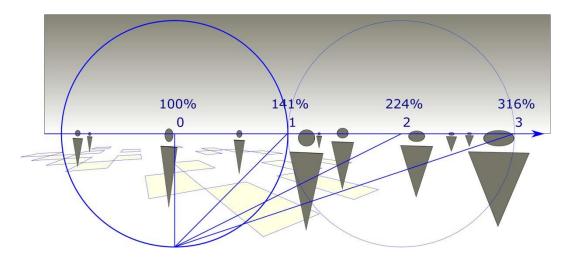


Рис. 4. Увеличение ширины изображения однотипных объектов («размазывание») при отклонении от главной точки картинной плоскости

Коэффициент уширения  $\lambda$  вертикального цилиндра достаточно малого диаметра при удалении его изображения по горизонтали от центральной точки картинной плоскости на расстояние  $\delta$ , измеренное в единица фокусного расстояния f, равно:

$$\lambda = \sqrt{1 + \delta^2} \ . \tag{3}$$

Это следует учитывать при изображении стаффажа на перспективах с коротким фокусом (широкоугольных).

Изменение фокусного расстояния f при сохранении направления главного луча проекции SP приводит только к изменению масштаба изображения. В дальнейшем будем считать, что значение фокуса при повороте не меняется: SP=SP₁=f.

По изображению объекта, полученному проецированием на некую исходную картинную плоскость  $\kappa$ , и окружности фокуса можно построить изображение на любой другой картинной плоскости  $\kappa_1$  (с тем же центром проецирования S), указав точку  $P'_1$ , соответствующую новому направлению главного луча проекции  $SP_1$  (рис. 5).

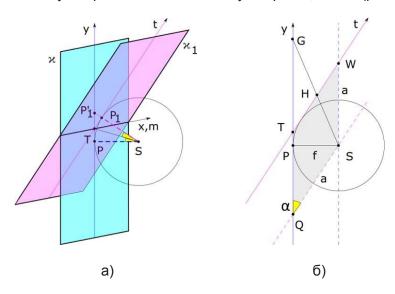


Рис. 5. Поворот картинной плоскости: а) пространственная схема; б) чертёж в вертикальной плоскости, проходящей через центр проекции S и ортогональной обеим картинным плоскостям

Отрезок PP' $_1$  на картинной плоскости задаёт направление смещения оптической оси. Линия пересечения плоскостей и и  $и_1$  проходит через точку T — пересечение отрезка PP' $_1$  с биссектрисой угла  $\angle$  PSP' $_1$ . Линия пересечения общая для обеих плоскостей. Её можно рассматривать как ось поворота. Понятно, что точки изображения на этой линии при повороте картинной плоскости не меняют своего положения.

# Проективное преобразование при повороте картинной плоскости

Рассмотрим трансформацию изображения при повороте картинной плоскости. Для удобства развернём исходную картинную плоскость  $\kappa$  так, чтобы направить PP' $_1$  вверх. Общая линия, проходящая через T, станет горизонтальной (рис. 5). Введём системы координат  $\kappa$ ,  $\kappa$  на исходной  $\kappa$  и  $\kappa$  на новой  $\kappa$  на картинных плоскостях. Общую линию (ось поворота картинной плоскости) выберем в качестве осей абсцисс  $\kappa$ ,  $\kappa$ . Начало координат расположим в точке T.

Из чертежа 4б получаем соотношения между координатами точек, порождённых одним и тем же лучом. Пусть на исходной  $\kappa$  это точка G(x,y), тогда на новой  $\kappa_1$  это будет точка H(t,m). Заметим, что фигура QTWS — это ромб. Сторона ромба а равна  $f/\sin\alpha$ , где  $\alpha$  — угол поворота плоскости. Из подобия треугольников получаем:

$$\frac{t}{y} = \frac{TH}{TG} = \frac{QS}{QG} = \frac{QS}{QT + TG} = \frac{a}{a + y},$$

$$\frac{m}{x} = \frac{SH}{SG} = \frac{QT}{QG} = \frac{QT}{QT + TG} = \frac{a}{a + y}$$
(4)

В результате формулы преобразования координат при повороте картинной плоскости имеют вид:

$$\begin{cases} t = \frac{ay}{a+y} \\ m = \frac{ax}{a+y} \end{cases}$$
 (5)

Примечательно, что трансформация зависит только от параметра α. Это пример проективного преобразования, переводящего прямые линии в прямые [4]. Обратное преобразование имеет вид:

$$\begin{cases} y = \frac{at}{a - t} \\ x = \frac{am}{a - t} \end{cases}$$
 (6)

Области определения координат (допустимые значения внутри общего сектора проекции на обе картинные плоскости ∠QSW) таковы:

$$-a < y < \infty, 
-\infty < x < \infty, 
-\infty < t < a, 
-\infty < m < \infty.$$
(7)

В проективной геометрии проблему обнуления знаменателя в формулах преобразований (5) и (6) обходят введением бесконечно удалённых точек и обобщением процедуры проецирования — заменой лучей проекции линиями. Тогда ограничения (7) не нужны: вся

плоскость и переходит в плоскость и<sub>1</sub>. Но мы будем оставаться в рамках физической модели проекции, поскольку собираемся использовать реальные фотоснимки.

С учётом ограничений общего сектора проекции (7) при такой трансформации любой отрезок из области допустимых значений одной плоскости переходит в отрезок прямой на другой плоскости (тоже в области допустимых значений для этой плоскости). Для доказательства этого свойства проследим аналитически — во что перейдут точки прямой общего вида:

$$y = q(x - x_0),$$

$$-a < y < \infty.$$
(8)

Подставляя формулы (6) в (8), получаем уравнение новой прямой:

$$t = q'(m - x_0),$$

$$-\infty < t < a,$$

$$q' = \frac{qa}{a - qx_0}$$
(9)

Нам будут интересны четыре частных случая. Горизонтальная прямая переходит в горизонтальную:

$$\begin{cases} y = y_0 \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{ay_0}{a + y_0} = t_1 \\ q' = 0 \end{cases}$$
 (10)

Вертикальная линия переходит в прямую, проходящую через точку W(0,a):

$$\begin{cases} x = x_0 \\ -a < y < \infty \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = q'(m - x_0) \\ q' = -\frac{a}{x_0} \\ -\infty < t < a \end{cases}$$
 (11)

Прямая линия, проходящая через Q(0,-а), переходит в вертикальную линию:

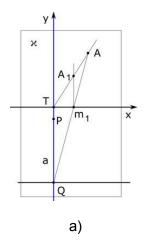
$$\begin{cases} y = q(x - m_1) \\ q = \frac{a}{m_1} & \rightarrow \begin{cases} m = m_1 \\ -\infty < t < a \end{cases} \end{cases}$$

$$(12)$$

Прямые, проходящие через начало координат (точку Т), переходят сами в себя:

$$\begin{cases} y = qx \\ -a < y < \infty \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = qm \\ -\infty < t < a \end{cases}$$
 (13)

Это позволяет сформулировать простые геометрические способы построения новой точки  $A_1(m_1,t_1)$ , куда переходит исходная точка изображения  $A(x_0,y_0)$  при трансформации (рис. 6).



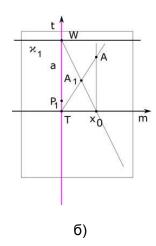


Рис. 6. Построение смещения точки изображения из A в A₁ при повороте картинной плоскости: а) построения на исходной плоскости и; б) построения на конечной плоскости и₁.

Правила построения смещения точки изображения на исходной картинной плоскости и (рис. 6а):

- 1) построить прямую QA;
- 2) из точки пересечения прямой QA оси абсцисс  $m_1$  восстановить перпендикуляр (построить вертикальную линию);
- 3) провести через А прямую из начала координат ТА;
- 4) пересечение прямых ТА и вертикали из т₁ даёт искомую точку А₁.

Правила построения смещения точки изображения на конечной (финальной) картинной плоскости и₁ (рис. 6б):

- 1) из точки А опустить перпендикуляр на ось абсцисс  $Ax_0$ ;
- 2) провести через А прямую из начала координат ТА;
- 3) построить прямую  $Wx_0$ ;
- 4) пересечение прямых ТА и Wx<sub>0</sub> даёт искомую точку A<sub>1</sub>.

Это эквивалентные процедуры, приводящие к одному результату, выбираются в зависимости от удобства в конкретном случае. По этим правилам можно, в принципе, решать стандартные задачи начертательной геометрии при смене плоскости проецирования. Но гораздо продуктивнее не строить смещения отдельных точек, а трансформировать сразу весь чертёж (картинку), задав трансформацию граничной рамки.

Прямоугольник на исходной плоскости, ориентированный так, что его стороны параллельны осям координат, трансформируется в трапецию, как показано на рисунке 7. Если на выделенную исходную область изображения наложить прямоугольную сетку, то можно получить сетку трансформированного изображения. На рисунке показан пример трансформации шахматного паркета.

Как уже упоминалось, точки изображения на отрезке  $T_1T_2$  не меняют своего положения. Область выше оси абсцисс подвергается сжатию, ниже — растяжению. Вся верхняя полуплоскость исходной плоскости  $y \geq 0$  сжимается в полосу  $0 \leq t < a$ . Полоса  $-a < y \leq 0$  растягивается в нижнюю полуплоскость  $t \leq 0$ . Точка W представляет собой точку схода вертикальных прямых исходной плоскости. Горизонтальная прямая, проходящая через W, — это линия схода всех плоскостей, параллельных исходной картинной плоскости х (горизонт). Соответственно, для обратного преобразования при переходе  $x_1 \to x$  точка Q — это точка схода вертикальных линий плоскости  $x_1$ , а горизонтальная линия,

проходящая через Q, – это горизонт для всех плоскостей, параллельных картинной плоскости и1.

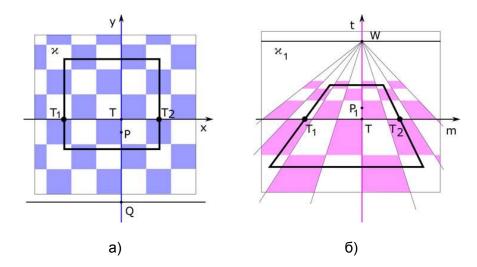


Рис. 7. Трансформация изображения при повороте картинной плоскости. Произвольная прямоугольная область, ориентированная по осям координат, переходит в трапецию: а) на исходной картинной плоскости; б) на повёрнутой

Изложенную выше трансформацию типа «трапеция» можно осуществить с помощью соответствующих инструментов графических редакторов. Например, в Adobe Photoshop это Edit/Transform/Perspective.

# Уникальное свойство проекции плоских объектов

Изображение объектов в перспективе, как правило, характеризуется заметными перспективными сокращениями. Однако есть особый случай, когда искажений формы объекта при проецировании не происходит. Речь идёт о проецировании плоских объектов, когда главный луч проекции ортогонален к плоскости объекта (рис. 8).

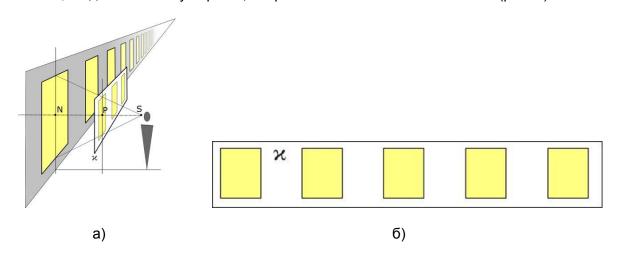


Рис. 8. Проецирование бесконечной стены картинной галереи: а) пространственная схема условий проекции; б) изображение на картинной плоскости

Когда плоский объект и картинная плоскость параллельны, центральное проецирование с точность до однородного масштабирования неотличимо от фронтального ортогонального проецирования. Это вполне очевидно доказывается из подобия треугольников в любой плоскости, проходящей через центр проекции S, и пересекающей плоскость объекта и

картинную плоскость. Изображение сохраняет все пропорции объекта, коэффициент подобия (масштаб изображения) равен  $k=\frac{SP}{SN}$  .

Примечательно, что изображение на картинной плоскости не зависит от конкретного положения центра проекции S, существенным остаётся только величина фокуса f=SP. На рисунке 8 представлена воображаемая ситуация проецирования бесконечной стены картинной галереи. Даже самые удалённые картины на изображении имеют тот же размер, что и картина, находящаяся непосредственно перед точкой проецирования S. Противоречия нет: вместе с ростом расстояния до картины растёт (в пропорции) и расстояние от S до места изображения картины на картинной плоскости.

Нормализованным фасадом будем называть изображение центральной проекции объекта (здания), когда главный луч проекции ортогонален (нормален) к выбранной плоской грани объекта (плоскости фасада). В нормализованном фасаде воспроизводятся все пропорции, которые архитектор закладывал в проект на фронтальной проекции (рис. 1а). Пластическая разработка фасада здания с помощью выступающих и заглублённых элементов дополняет основную плоскость стены набором параллельных плоскостей, на которых группируются однотипные элементы декора. Поэтому можно говорить о целом пакете плоскостей фасада. В каждой плоскости пакета масштаб изображения задаётся расстоянием от центра проекции S до соответствующей плоскости:

$$k_i = \frac{SP}{SN_i} \tag{14}$$

где i — номер плоскости в пакете,  $SN_i$  - расстояние от S до плоскости,  $k_i$  коэффициент подобия для данной плоскости.

Отношение коэффициентов для соседних плоскостей пакета определяются благодаря наличию переходных ортогональных рёбер элементов фасада. Например, выделенное ребро красным цветом на рисунке 9.

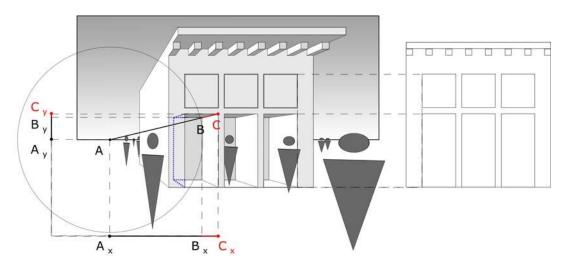


Рис. 9. Сопоставление масштабов изображений в пакете плоскостей фасада. Слева – нормализованный фасад, справа – чертёж фронтальной ортогональной проекции

На нормализованном фасаде весь пакет плоскостей фасада становится параллельным картинной плоскости. Рассмотрим две плоскости из пакета (рис. 9): на основной плоскости фасада находится точка С, а на плоскости задней части ниши точка В. Красное ребро ВС перпендикулярно фасаду, т.е. оно в пространстве направлено параллельно главному лучу проекции SA. Точки С и В на самом объекте находятся на одном и том же

расстоянии от луча SA. Поэтому относительно главной плоскости фасада задние стенки ниш изображены с меньшим масштабом:

$$k_{\text{hunua}} = \frac{AB}{AC} = \frac{A_x B_x}{A_x C_x} = \frac{A_y B_y}{A_y C_y} \tag{15}$$

Скрытые участки конструкции распознаются благодаря логике ортогональной организации объекта (синий пунктир на рис. 9). Приводя изображения во всём пакете плоскостей фасада к единому масштабу, можем по нормализованному фасаду построить чертёж фронтальной ортогональной проекции (рис. 9, справа).

# Опорный объект, пирамида проекции и её развёртка

Введём понятие опорного объекта – воображаемый ортогональный параллелепипед, ограниченный главными плоскостями фасадов объекта проецирования. Под фасадами понимаем внешнюю поверхность объекта, включая основание и кровлю здания, если мы рассматриваем архитектурные объекты. Если понятие нормализованного фасада применимо к любым зданиям, у которых есть явно выраженная плоская поверхность, то дальнейшее изложение справедливо только для ортогональных объектов: все грани параллельны трём взаимно ортогональным плоскостям. Подавляющее большинство зданий принадлежат этому классу объектов.

Пусть дан некий опорный объект, центр проекции и картинная плоскость (рис. 10). Проведём через центр проекции S три ортогональные плоскости, параллельные граням опорного объекта. В общем случае картинная плоскость отсекает от пространственного угла пирамиду. Развернём боковые стороны пирамиды в картинную плоскость (рис. 10б).

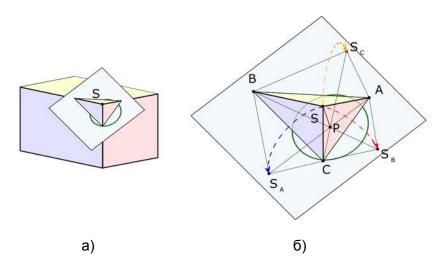


Рис. 10. Пирамида проекции: a) сечение картинной плоскостью пространственного ортогонального угла из центра проекции S; б) схема развёртки пирамиды в картинную плоскость

Полученная развёртка пирамиды представляет собой удобный геометрический объект для анализа изображения проекции опорного объекта. Приведём свойства этой развёртки. Вершины боковых прямоугольных треугольников (цветных граней пирамиды на рис. 11) лежат на продолжениях высот треугольника ABC. Окружности, построенные как на диаметрах на сторонах треугольника ABC пересекают треугольник в основаниях высот — точках  $H_A$ ,  $H_B$ ,  $H_C$ . Главная точка картинной плоскости P расположена на пересечении высот. Окружность фокуса на рисунке 11 показана зелёным цветом. Для всех высот имеет место соотношение между длинами отрезков, полученных делением высоты точкой P. Например, для высоты  $AH_A$ :

$$AP * PH_A = f^2, (16)$$

где знак \* обозначает умножение длин отрезков.

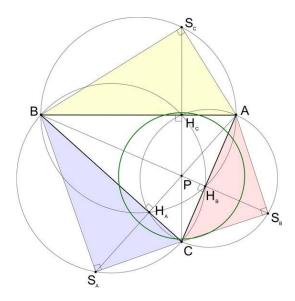


Рис. 11. Развёртка пирамиды проекции

Поэтому вершина треугольника и соответствующая ей точка основания высоты не могут находиться одновременно по одну сторону окружности фокуса. Если одна точка находится вне круга, то вторая обязательно внутри. Либо обе точки лежат строго на окружности, в этом случае высота равна точно 2f.

Окружность фокуса однозначно определяется размерами треугольника АВС. Значение фокуса f находится из соотношения (16) или геометрическими построениями (рис. 12).

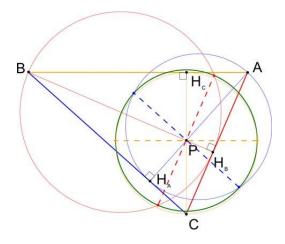


Рис. 12. Построение окружности фокуса

Окружности, построенные как на диаметрах на высотах треугольника, пересекают окружность фокуса в точках пересечения с прямой, параллельной соответствующей стороне треугольника. На рисунке 12 эти прямые показаны цветным пунктиром. Знание величины фокуса необходимо для трансформации исходного изображения в нормализованные фасады.

Пусть дано изображение опорного объекта в ракурсе внутри треугольника проекции (рис. 13).

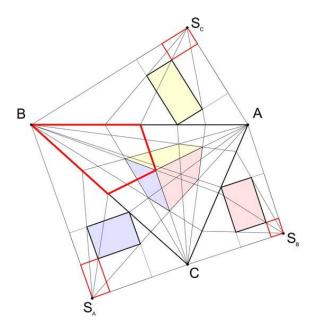


Рис. 13. Изображение опорного объекта в ракурсе и ортогональные проекции опорного объекта с каркасом проекции на гранях пирамиды

По определению, вершины треугольника ABC представляют собой точки схода для трёх ортогональных направлений, вдоль которых ориентированы рёбра ортогонального параллелепипеда опорного объекта. Соответственно, стороны треугольника AB, BC, CA – это линии схода (горизонты) для всех плоскостей, параллельных соответствующим граням (выделены цветом на рис. 13). Поскольку объект находится на некотором расстоянии от центра проекции S, введём определение каркаса проекции – прямоугольного параллелепипеда, большая пространственная диагональ которого соединяет центр проекции S и ближайшую к нему вершину V опорного объёма (рис. 14).

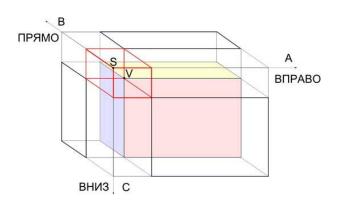


Рис. 14. Аксонометрия опорного объекта и каркаса проекции (выделен красным)

Все прямоугольники в пространстве, ориентированные аналогично одной из граней опорного объекта (т.е. они лежат в параллельной плоскости, а их стороны параллельны рёбрам данной грани), на перспективном изображении выглядят четырёхугольниками, продолжения сторон которых пересекаются (сходятся) в соответствующей паре вершин треугольника проекции АВС. Если взять в пространстве целое семейство таких прямоугольников с одинаковым заданным отношением сторон (пропорцией), то их диагонали также сойдутся в одной точке на горизонте (на соответствующей стороне треугольника проекции). С другой стороны, ничто не запрещает взять в качестве одного из таких прямоугольников прямоугольник на боковой грани пирамиды с вершиной в центре проекции S. При проецировании этот прямоугольник выродится на картинной

плоскости в отрезок горизонта, а именно — в сторону треугольника проекции, но на боковой грани он останется в исходном виде и будет иметь те же пропорции, что и все остальные прямоугольники. А это значит, что по точке схода диагонали можно восстанавливать пропорции граней опорного объекта! Вот для чего нам потребовалась геометрическая конструкция — развёртка пирамиды проекции.

На рисунке 13 на боковых гранях пирамиды восстановлены сразу пропорции прямоугольника, включающего в себя грани опорного объекта и каркаса проекции. Для примера внутри треугольника на изображении перспективы красным выделена грань каркаса проекции, лежащая в плоскости розовой грани объекта. Обе эти грани (красная – каркаса и розовая – объекта) восстанавливаются в пропорциях на боковой грани пирамиды AS<sub>B</sub>C (рис. 13). Приведя три таких изображения на разных гранях к единому масштабу и развернув соответствующим образом (не забыв про зеркальное отражение, ведь грани пирамиды при развёртке повернулись к зрителю внутренней стороной, см. рис. 10), получаем стандартные чертежи ортогональных проекций (рис. 15).

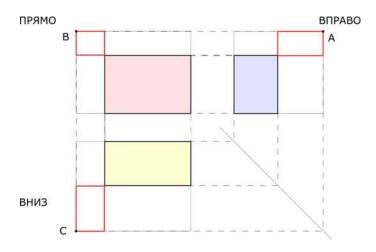


Рис. 15. Чертёж ортогональных проекций опорного объекта

Таким способом выявилась не только геометрия объекта, но и условия проецирования. По полученному чертежу можно построить нормализованные фасады опорного объекта, которые, по сути, представляют собой простые одноточечные перспективы с фокусами, равными рёбрам каркаса проекции. Схема построения нормализованных фасадов показана на рис. 16.

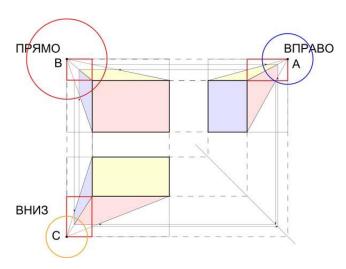


Рис. 16. Нормализованные фасады опорного объекта

Цветные окружности фокуса различных изображений нормализованных фасадов дают представление об угловой шкале проецирования (см. рис. 3). Видно, что это очень непривычные изображения объекта. Главный луч (оптическая ось) направлен мимо объекта! Такое специфическое «косоглазие» приводит к неестественному растяжению сторон, не повёрнутых к зрителю фронтально. Но бесспорное достоинство нормализованных фасадов — это полное проявлении истинных пропорций (отношений сторон) ортогональной грани объекта проецирования.

На рисунке 16 показаны три вида нормализованных фасадов, но все они эквивалентны между собой и по отношению к любому ракурсному изображению проекции из точки S. Ведь, как было подчёркнуто вначале, информация при повороте картинной плоскости сохраняется. Поэтому по любому из этих изображений можно построить остальные, либо получить трансформацией в соответствии с формулами проективного преобразования (5).

Изложенная выше процедура выявления пропорций опорного объекта может быть обобщена на случай не ортогонального параллелепипеда. В этом случае в пирамиде проекции при вершине S боковые грани будут иметь уже не прямые углы, а углы, соответствующие углам параллелепипеда объекта. Везде вместо прямоугольников будут использоваться соответствующие параллелограммы.

Следует отметить зависимость количества видимых граней объекта от положения точки центра проекции S относительно объекта. На рисунке 17 показаны четыре варианта расположения наблюдателя, а в таблице 1 представлена обобщающая информация.

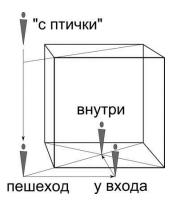


Рис. 17. Положения точки наблюдения относительно объекта

Таблица 1. Количество возможных нормализованных фасадов в зависимости от точки наблюдения

позиция	Количество видимых граней $N_{\it epah}$	Количество нормализованных фасадов $N_{\scriptscriptstyle HODM}$
«С ПТИЧКИ»	3	3
пешеход	2	4
у входа	1	5
внутри	0	6

Вид сверху на архитектурный объект на жаргоне называется «с птички». Именно такая позиция на рассмотренном нами выше примере (рис. 14). Мы видим три грани и можем построить три нормализованных фасада. В стандартной ситуации наблюдения пешехода больше двух граней сразу увидеть нельзя, поскольку голова зрителя находится выше основания объекта и ниже крыши. Но можно построить два нормализованных фасада с главным лучом проекции вдоль вертикали. Один – с лучом, направленным вверх, в зенит,

другой — вниз, в надир. При этом изображение объекта будет неполным, отображающим либо только нижнюю часть здания, либо только верхнюю. Пример такого расположения точки проекции будет рассмотрен ниже (рис. 20). Позиция «у входа» (рис. 17) соответствует ситуации, когда видно только одну грань. Это означает, что изображение закрывает собой одну из вершин треугольника проекции (рис. 13). В этом случае можно посмотреть прямо, перпендикулярно фасаду, перед которым стоит зритель, влево, вправо — перпендикулярно боковым фасадам и, опять же, вверх и вниз. Итого — пять нормализованных видов. Войдя внутрь прямоугольного параллелепипеда, зритель не увидит наружных фасадов, но может посмотреть на шесть внутренних граней. Число видимых наружных граней  $N_{\it гран}$  и число нормализованных видов  $N_{\it норм}$  связаны простым соотношением:

$$N_{PDAH} + N_{HODM} = 6. ag{17}$$

# Алгоритм построения нормализованных фасадов

В качестве исходного изображения для получения нормализованного фасада будем использовать изображение объекта в перспективе, ограниченное прямоугольной рамкой с главной точкой картинной плоскости P в центре кадра. На рисунке 18 представлено изображение некоего модельного объекта. Для наглядности выбран широкоугольный вид, соответствующий объективу с фокусом f = 21 мм.

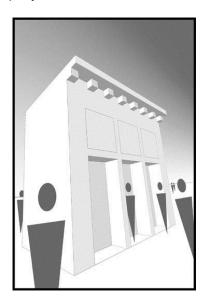


Рис. 18. Перспектива модельного объекта

Продолжая на изображении линии соответствующих рёбер объекта до пересечения в точках схода, строим треугольник проекции АВС (рис. 19а). Нормализованные фасады получаются при переносе главной точки картинной плоскости в вершины треугольника. Для этого надо просто воспользоваться формулами преобразования изображения (5) или эквивалентными им правилами построения, показанными на рис. 6. Если трансформировать целиком всё исходное изображения, то некоторые участки будут подвергаться чрезвычайно сильной деформации. На рисунке 19б показано как трансформируется весь исходный кадр при переносе главной точки в вершину треугольника А. Поэтому можно изначально выделить для трансформации ограниченную область с изображением объекта (см. примеры на рис. 1 и рис. 23).

На рис.18 изображение соответствует точке наблюдения в позиции «пешеход» (рис. 17). Поэтому можно получить четыре нормализованных вида (рис. 20). При этом на изображениях, когда главный луч проекции направлен вверх и вниз, можно отобразить

только часть объекта. Но этого достаточно, чтобы по ним построить вертикальную ортогональную проекцию.

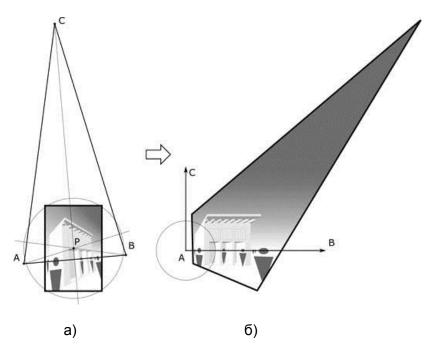


Рис. 19. Модельный объект: а) исходная перспектива с треугольником проекции и окружностью фокуса; б) нормализованный фасад

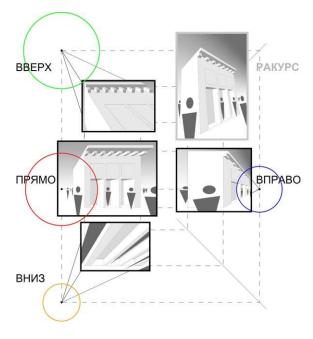


Рис. 20. Нормализованные фасады модельного объекта

На рисунке 21 показан чертёж ортогональных проекций модельного объекта, полученный из нормализованных фасадов, приведённых к единому масштабу. При этом цветные окружности фокуса принимают размеры в соответствии с каркасом проекции, т.е. расстояниям от центра проекции до плоскостей соответствующих граней (фасадов). Лучи проекции, проходящие через окружность фокуса, образуют в пространстве коническую поверхность с прямым углом при вершине. На ортогональных проекциях эти конусы раскрашены в условные цвета.

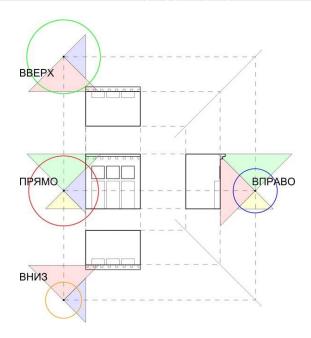


Рис. 21. Чертежи ортогональных проекций модельного объекта с конусами и окружностями фокуса

На этом процесс выявления всех размеров объекта и положения точки наблюдения завершен. Если известен хотя бы один линейный размер, можно определить все размеры. Измерив дверной проём у земли и сделав фотографию в ракурсе, мы можем определить размеры балконов на верхнем этаже. В этом заключается сила предлагаемого метода.

### Работа с растровыми изображениями

В качестве исходного изображения для построения нормализованного фасада естественно использовать фотографии. Однако, прежде чем трансформировать, их необходимо исправить от аберраций, присущих оптическим объективам. Как правило, присутствует дисторсия — бочкообразное искривление. Избавиться от этого можно средствами коррекции изображения в графических редакторах. Целесообразно заранее протестировать объектив на объектах с явно выраженной регулярной структурой, например — на поверхности, покрытой регулярной плиткой. Определив параметры коррекции на такой решетке, их можно применять для всех последующих изображений. В результате получаются изображения, приближенные к идеальной линейной перспективе.

Ранее говорилось о сохранении информации при повороте картинной плоскости. Но это справедливо лишь для идеализированных изображений, в то время как растровые изображения при растяжениях и сжатиях будут ухудшать своё разрешение. Величиной разрешения может служить величина q, обратно пропорциональная размеру информационного пятна — области на картинной плоскости, условно принимаемой за одну точку (растр).

$$q = \frac{1}{D}, \tag{18}$$

где q — разрешение, D — диаметр информационного пятна.

Рассмотрим, как меняется разрешение изображения при трансформации, соответствующей повороту картинной плоскости. Начальное изображение характеризуется равномерным распределением (плотностью) информационных пятен, которые совпадают с размером зерна фотоплёнки или пикселя матрицы фотоаппарата

(рис. 22а). Поскольку изменения масштаба изображения при трансформации типа «трапеция» (рис. 7) зависят только от одной координаты у, будем строить одномерные графики. После применения трансформации (5) верхняя полуплоскость сжимается в полосу (здесь и далее примем параметр a=1). При этом разрешение этой области не меняется, поскольку в редакторе растровых изображений размер пикселей фиксирован. Но потеря информации произошла: сжатое изображения «огрубилось» фиксированной решеткой пискелей рабочего поля редактора.

Как только мы повернули картинную плоскость, мы сразу ограничили сектор проецирования (7), поэтому область исходного изображения y < 1 безвозвратно отсекается, а полоса  $-1 < y \le 0$  растягивается в полуплоскость  $t \le 0$ . При этом

информационные пятна растягиваются, их плотность понижается. Поскольку  $t_y = \frac{y}{1+y}$ 

(5), увеличение диаметра пятен равно:

$$D(t) = \frac{dt}{dv} = (1 - t)^2. {19}$$

Соответственно, разрешение падает по закону:

$$q(t) = \frac{1}{(1-t)^2} \tag{20}$$

Результирующий график разрешения на новой картинной плоскости имеет вид представленный на рисунке 22б.

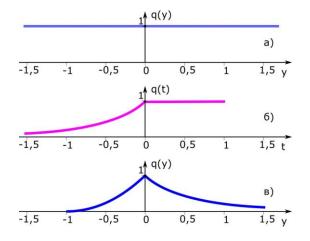


Рис. 22. Графики зависимости разрешения изображения от ординаты картинной плоскости (а – начальное состояние; б – после поворота картинной плоскости; в – после возвращения картинной плоскости в исходное положение)

Если теперь вернуться в исходную картинную плоскость, т.е. повернуть плоскость в обратном направлении, то полоса вновь растянется на всю полуплоскость y > 0. Но поскольку информация здесь уже потеряна, разрешение изображения ухудшится аналогично зависимости (20):

$$q(y) = \frac{1}{(1+y)^2} \tag{21}$$

А вот с областью  $t \le 0$  при возвращении в полосу  $-1 < y \le 0$  произойдёт следующее. Информационные пятна снова уменьшатся, но в силу того, что сжатие будет носить случайный характер, произойдёт «размытие» и разрешение уменьшится примерно в два раза (рис. 22в).

Таким образом, простое «качание» картинной плоскости приводит к ухудшению разрешения изображения. Только точки оси поворота (начало координат на рис. 22) сохраняют начальное значение разрешения. Поэтому при работе с растровыми изображениями необходимо избегать повторных трансформаций. Детально вопросы потери качества растровых изображения можно рассмотреть методами препарирования изображений [5].

Точность чертежей ортогональных проекций, выявленных в результате трансформаций фотографий, определяется несколькими факторами. Во-первых, метод базируется на том, что здания имеют форму ортогональных параллелепипедов. Но реальные здания строятся с определёнными допусками. Во-вторых, качество исходного снимка определяется классом съёмочной техники. Наконец, в третьих, – способностью человека выделить линии для построения точек схода на изображении и ввести данные для расчета. Математика дальше способна сделать всё абсолютно точно, в самих формулах нет никаких приближений. Опыт применения этого метода в течение пяти лет в учебных целях при рассмотрении пропорций реальных строений свидетельствует о его успешности. Сравнение с авторскими чертежами показало, что на нормализованных фасадах были выявлены все закономерности, заложенные архитектором на стадии проектирования.

## Инструмент для архитектурного анализа

Внедрение компьютерных технологий в архитектурное проектирование [7, 8, 9] не должно сопровождаться потерей навыков подачи трёхмерных объектов на плоскости. Задачи на построение всегда ценились и ценятся в математике, поскольку требуют развитого пространственного мышления. В компьютерных редакторах сейчас имеется большой арсенал новых инструментов для работы с изображениями, что, несомненно, должно стать поводом для расширения видов задач начертательной геометрии. Введённое в данной работе понятие и метод нормализованного фасада имеет большой потенциал применения. Возможные практические направления его применения могут быть следующими:

- 1. анализ архитектурных пропорций, доступный как для архитекторов-профессионалов, так и для широкого круга специалистов;
- 2. обмер существующих памятников архитектуры для построения рабочих чертежей. Устоявшийся термин «реконструкция перспективы» [6] в силу логики данной работы вызывает неудовлетворение, поскольку под реконструкцией подразумевается восстановление чего-то утраченного, а мы подчёркиваем, что все пропорции присутствуют в изначальном изображении, их надо только выявить;
- 3. определение пространственного расположения объектов при расследовании обстоятельств природных и техногенных катастроф по случайным фото- и видеоизображениям (имеется, например, успешный опыт применения нормализованного фасада при расследовании реального ДТП);
- 4. для фотофиксации архитектурных объектов это корректный способ исправления завала на снимках зданий;
- 5. при панорамной фотосъёмке для корректной сшивки кадров. Сейчас это делается мастерами на уровне искусства в течение длительного времени. Заинтересованность в точной математике высказывается в профессиональном сообществе<sup>4</sup>;
- 6. при кадрировании изображения метод нормализованного фасада позволит трансформировать изображение адекватно новому центру кадра;
- 7. для разработчиков графических редакторов это даст возможность автоматизации метода возможность сразу же видеть трансформированное изображение при наведении курсором на новое направление главного луча, позволяющая преобразить презентации архитектурных проектов. Достаточно построить одно изображение

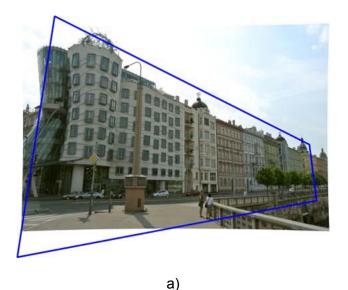
<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Студия «LVL-PHOTO», Екатеринбург (<u>http://lvl-photo.com</u>)

перспективы, и можно свободно вращать виртуальную камеру, делать наезды и отъезды – то есть увидеть всё, что можно увидеть с данной точки обзора;

8. данный метод облегчит студентам возможность получить самую сложную перспективу с тремя точками схода (на наклонной плоскости) трансформацией простой одноточечной перспективы с этой же точки наблюдения (ведь стрелку на рисунке 19 можно повернуть и в обратную сторону). Именно так и было построено изображение в ракурсе модельного объекта на рис. 18. Исходным было изображение нормализованного фасада на рис. 9.

В 1436 году Леон Баттиста Альберти в трактате «О живописи» впервые системно изложил принципы линейной перспективы, а в 1451 году по его проекту построили Палаццо Ручеллаи – первый образец дворцовой архитектуры Возрождения. Но ни в момент строительства, ни в наши дни фасад дворца невозможно увидеть с дальнего расстояния – этому мешает плотная застройка древней Флоренции. И вот сейчас с помощью нормализованного фасада можно наконец увидеть фасад таким, каким его задумывал на чертеже великий теоретик архитектуры (рис. 1).

Владея методом нормализованного фасада, можно «разворачивать» для архитектурного анализа целые улицы (рис. 23). Город превращается в бесконечную выставку композиционных замыслов архитекторов. Если бы фотокамеры в сотовых телефонах имели режим «нормализованный фасад», то знакомство с шедеврами стало бы более информативным.



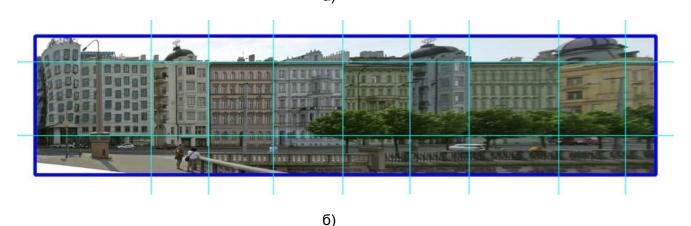


Рис. 23. Набережная Праги с «Танцующим» домом, В. Милунич, Ф. Гери, 1996: а) исходное фото; б) нормализованный фасад

Бесконечная картинная галерея на рис. 8 — это, конечно, не более чем мысленная конструкция. Но соединение методов изображения пространства на плоскости, разработанных со времён Ренессанса, с современными возможностями цифровой обработки изображений открывает для многих людей дверь в поистине бесконечный мир архитектуры.

## Приложение

# Словарь терминов

термин	значение	
главная	плоскость наружной поверхности стены фасада	
плоскость		
фасада		
главная точка	точка Р, основание перпендикуляра, опущенного из центра	
картинной	проекции S на картинную плоскость х	
плоскости		
главный луч	луч SP из центра проекции S, перпендикулярный плоскости	
проекции	проецирования	
горизонт	линия схода на картинной плоскости х для всех параллельных	
	плоскостей пространства	
информационное	область на картинной плоскости, условно принимаемая за одну	
пятно	точку	
каркас проекции	прямоугольный параллелепипед, большая пространственная	
	диагональ которого соединяет центр проекции S и ближайшую к	
	нему вершину опорного объёма	
картинная	то же, что плоскость проецирования х	
плоскость		
нормализованный	изображение линейной точечной проекции, когда плоскость	
фасад	проецирования к параллельна плоскости фасада. Главный луч	
	проекции SP направлен вдоль нормали к плоскости фасада.	
окружность	окружность радиусом, равным фокусу f, с центром в главной точке	
фокуса	картинной плоскости Р	
опорный объект	воображаемый параллелепипед, ограниченный главными плоскостями фасадов объекта проецирования	
Offmullockad och	то же, что главный луч проекции	
оптическая ось		
пакет	совокупность плоскостей, параллельных главной плоскости фасада,	
плоскостей	на которых расположены грани элементов фасада	
фасада	FINDOMIATO FOOTDOOUNICE HE TROVEGE HING FROOKINA KOK HE CONODONIAL	
пирамида проекции	пирамида, построенная на треугольнике проекции как на основании с вершиной в центре проецирования S, в которой сходятся три	
Проекции	грани с прямыми углами	
разрешение	величина, характеризующая плотность цветовых пятен на	
растрового	картинной плоскости, несущих информацию об объекте	
изображения	изображения	
треугольник	треугольник в плоскости проецирования с вершинами в трёх точках	
проекции	схода ортогональных направлений, нормалей граней опорного	
	объекта	
фасад	внешняя поверхность здания, обращённая в одну сторону	
фокус	расстояние от центра проекции S до плоскости проецирования f=SP	
центр проекции	точка S вне плоскости проецирования, вершина пучка лучей	
-,	проецирования (отрезков, соединяющих S с точками объекта)	

### Литература

- 1. Раушенбах Б.В. Системы перспективы в изобразительном искусстве. Общая теория перспективы. М.: Наука, 1986. 256 с.
- 2. Короев Ю.И. Начертательная геометрия. Учеб. Для вузов. -2-е изд., перераб. И доп. М.: Архитектура-С, 2014. 424 с.
- 3. Шкинева Н.Б. Коррекция искажений в перспективе: Учебное пособие. М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2015. 94 с.
- 4. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: В 2-х томах. Т. 2. Геометрия. М.: Наука, 1987, 416 с.
- 5. Грузман И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебное пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор. Новосибисрк: Изд-во НГТУ, 2002. 352 с.
- 6. Шкинева Н.Б. Основы реконструкции перспективы и архивного фотоснимка. Учебное пособие. М.: Курс: Инфра-М, 2013. 64 с.
- 7. Карелин Д.А. К вопросу о методах и способах подачи трехмерных научных реконструкций / Д.А. Карелин, М.А. Карелина // Architecture and Modern Information Technologies. 2018. №2(43). С. 372-393 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://marhi.ru/AMIT/2018/2kvart18/25 karelin/index.php
- Куликов В.Г. Эвристические и информационные методы получения и улучшения объёмно-планировочных решений зданий и сооружений // Architecture and Modern Information Technologies. 2017. №4(41). С. 298-308 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://marhi.ru/AMIT/2017/4kvart17/22 kulikov/index.php
- Барчугова Е.В. Динамика развития информационно-компьютерных технологий в практике архитектуры и учебном проектировании / Е.В. Барчугова, Н.А. Рочегова // Architecture and Modern Information Technologies. – 2017. – №3(40). – С. 304-321 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <a href="http://marhi.ru/AMIT/2017/3kvart17/22">http://marhi.ru/AMIT/2017/3kvart17/22</a> barchugova-rochegova/index.php

### References

- Rauschenbach B.V. Sistemy perspektivy v izobrazitel'nom iskusstve. Obshhaja teorija perspektivy [Perspective Systems in the visual arts. General theory of perspective]. Moscow, Science, 1986, 256 p.
- 2. Koroev Y.I. *Nachertatel'naja geometrija. Ucheb. Dlja vuzov* [Descriptive geometry. Studies'. For universities. 2nd ed.]. Moscow, Architecture-2014, 424 p.
- 3. Skineva N.B. *Korrekcija iskazhenij v perspektive: Uchebnoe posobie* [Distortion correction in the long term: a tutorial]. Moscow, COURSE, nits INFRA-M, 2015, 94 p.
- 4. Klein F. *Jelementarnaja matematika s tochki zrenija vysshej: V 2-h tomah* [Elementary mathematics from the point of view of higher: In 2 volumes. Vol.2. Geometry]. Moscow, Science, 1987, 416 p.

- 5. Gruzman I.S., Kirichuk V.S., Kosykh V.P., Peretyagin G.I., Spector A.A. *Cifrovaja obrabotka izobrazhenij v informacionnyh sistemah: Uchebnoe posobie* [Digital image processing in information systems: a tutorial]. Novosibirsk, Publishing House of NGTU, 2002, 352 p.
- 6. Skineva N.B. Osnovy rekonstrukcii perspektivy i arhivnogo fotosnimka. Uchebnoe posobie [Foundations of the reconstruction of perspectives and archival photographs. Textbook]. Moscow, Course, Infra-M, 2013, 64 p.
- Karelin D.A., Karelina M.A. Reflection on the Methods and Ways of Scientific 3D-Reconstructions Presentation. Architecture and Modern Information Technologies, 2018, no. 2(43), pp. 372-393. Available at: http://marhi.ru/eng/AMIT/2018/2kvart18/25 karelin/index.php
- Kulikov V.G. Heuristic Information and Methods of Obtaining and Improving Space-Planning Decisions of Buildings and Constructions. Architecture and Modern Information Technologies, 2017, no. 4(41), pp. 298-308. Available at: http://marhi.ru/eng/AMIT/2017/4kvart17/22 kulikov/index.php
- Barchugova E., Rochegova N. The Dynamic and Development of Information and Computer Technologies in Architectural Practice and Education. Architecture and Modern Information Technologies, 2017, no. 3(40), pp. 304-321. Available at: <a href="http://marhi.ru/eng/AMIT/2017/3kvart17/22">http://marhi.ru/eng/AMIT/2017/3kvart17/22</a> barchugova-rochegova/index.php

#### ОБ АВТОРЕ

# Пахомов Сергей Васильевич

Кандидат физико-математических наук, директор ООО «Электротех-Медиа», Ижевск, Россия

e-mail: pakhomov s@mail.ru

### ABOUT THE AUTHOR

### **Pakhomov Sergey**

PhD in Physical and Mathematical Sciences, Director of LLC «Electrotech-Media», Izhevsk, Russia

e-mail: pakhomov s@mail.ru