

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ШЕДЕВРОВ ИСЛАМСКОЙ АРХИТЕКТУРЫ – МЕЧЕТИ АХМАД ШАХА И ТАДЖ-МАХАЛА: ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА И ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ

Х.Д. Исмаил (Ирак)

Институт архитектуры и дизайна, Алтайский государственный технический университет имени И.И. Ползунова, Барнаул, Россия

Аннотация

В статье обосновывается авторский подход к фрактальному анализу памятников архитектуры на основе ячеистого вычисления размерности (the box counting dimension method, DB) и согласованности основных пространственных и художественных характеристик (плана и фасада). Он верифицируется на примере поиска фрактальных согласований в двух памятниках исламской архитектуры: Тадж-Махала и Мечети Ахмад Шаха в Стамбуле. Доказывается прямая зависимость высокой степени фрактальности памятника и его художественных и эстетических особенностей. Впервые осуществляется исследование на основе теории фрактальности в отношении этих выдающихся памятников исламской архитектуры. Работа направлена на дальнейшее исследование фрактальных теорий в отношении архитектурных объектов.

Ключевые слова: фрактальность, фрактальная архитектура, фрактальная размерность

FRactal Analysis of Masterpieces of Islamic Architecture - The Mosque of Ahmad Shah and Taj Mahal: Justification of the Method and Experience of Application

Kh. Ismail (Iraq)

Institute of Architecture and Design, Altai State Technical University, Barnaul, Russia

Abstract

This paper presents approaches to the fractal analysis of architectural monuments basing on the box counting dimension method (DB) and the spatial coherence of the basic and artistic characteristics (plan, elevation). It is verified by the example of fractal coherence in two Islamic architectural monuments (Taj Mahal and Mosque of Ahmad Shah in Istanbul). A direct dependence of a high degree of fractality of the two monuments is substantiated on its artistic and aesthetic features. For the first time carried out a study based on fractal theory to these outstanding monuments of Islamic architecture. The work aims at further investigation of fractal theory in relationship with the architectural objects.

Keywords: fractality, fractal architecture, fractal dimension

Предметом рассмотрения в статье являются памятники исламской архитектуры, которые наиболее полно отразили художественные, эстетико-религиозные и научные достижения. Кратко дадим их общую характеристику и напомним основные детали.

Мечеть Ахмад Шаха (Голубая мечеть) построена в Стамбуле в 1609 – 1616 годах. Она по праву считается одним из главных символов исламской архитектуры. Считается, что архитектором мечети является Седефкар Мехмет Ага, который смог добиться высокого уровня синтеза классического османского и византийского стилей. Строительство шло ускоренными темпами, и было завершено в 1616 г. Мечеть также получила название

Голубая мечеть из-за того, что в ее интерьере было использовано свыше 20 тыс. белых и голубых керамических изразцов ручной работы, которыми декорировались интерьеры. Центральный зал перекрыт куполом диаметром 23,5 метра и высотой 43 метра, который опирается на четыре столба по 5 метров. В более 50 орнаментальных мотивах широко используется растительный орнамент (тюльпаны, лилии, гвоздики, розы и т. д.), который выразительно выглядит на белом фоне, а также орнаменты различных цветов на белом фоне. Внутреннее пространство освещено через 260 окон. Мечеть окружают шесть стройных минаретов.

Тадж-Махал — шедевр архитектуры Индии периода Великих Моголов, внесенный в Список Всемирного Наследия ЮНЕСКО, многократно и многогранно освещен в научной и художественной литературе. Известно, что он был возведен правнуком Акбара, Шах-Джеханом с 1630 по 1652 гг. по просьбе-молитве его жены Мумтаз-Махал, которая после рождения последней дочери, четырнадцатого ребенка, умирая, просит возвести памятник их любви. Усыпальница, главный архитектурный объект, представляет собой пятикупольное сооружение высотой 74 метра, размещенное на высокой платформе, с четырьмя беломраморными минаретами по углам, чуть отклоненными от вертикальной оси.

Такие значительные культовые здания изучаются многими исследователями, и можно разделить все уже опубликованные работы по нескольким типологическим признакам. Некоторые ученые выбирают исторический подход в изучении памятника, когда объект раскрывается с точки зрения его возведения, описываются основные архитектурные элементы, жизнь и творчество архитектора, построившего этот памятник [1]. Есть функциональный подход, когда храм рассматривают со стороны функций, как место для собрания людей, молитв и т. д. При этом подчеркивается связь здания с ритуалом [2]. В последнее время начинает активно применяться подход, опирающийся на геометрию, и в частности ведутся исследования по выявлению в мировой храмовой архитектуре «золотой пропорции», что приводит к замечательным результатам [3; 4].

В русле геометрических исследований все активнее начинают применяться подходы, основанные на фрактальной геометрии. В российском искусствоведении уже накапливается значительный опыт по данной проблематике или сопряженным вопросам. Сошлемся здесь лишь на работы В.А. Волошина «Математика и искусство» [6], А.А. Тица «Загадки древнерусского чертежа» [7], В.И. Коробко, Г.Н. Коробко [3].

Высокий уровень пропорциональности, ритмической организованности, использование принципов золотого сечения, свойств квадрата, модульной сетки и симметрии, и т. д., присущи исламской архитектуре и двум выбранным нами для анализа памятникам. Определение принципов согласованности частей, структурной организованности и высокой художественной выразительности может быть найдено на основании фрактальной геометрии, которая может стать одним из ключей к пониманию воплощенного в храмах художественного замысла, сложности структур храмов и памятников. Колонны, арки, ниши, организованные с переменной последовательностью в архитектуре, являются наглядным применением излучающих структур и метрических моделей [4].

В отношении применения законов фрактальной геометрии можно выделить два этапа. Доказано, что многие памятники архитектуры, например готического стиля, в Европе имеют высокий уровень фрактальности. Это говорит о том, что принципы фракталоподобного формообразования в архитектуре применяются с давних времен, хотя и не всегда они были математически выверенными. Здесь сказывался талант, опыт и интуиция архитектора. После появления книги Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы» [9], использование фрактальных алгоритмов в архитектурном морфогенезе становится осознанным. Стало возможно применение фрактальной геометрии и для анализа архитектурных форм (моделирования таких структур). Для разных типов архитектурных сооружений можно найти фрактальный аналог, двухмерный или трехмерный, и тем самым выявить их фрактальный алгоритм [12].

В работах Н.А. Салингароса [13] исследуется применение «золотой пропорции», которая проявляется в исторических сооружениях и приводит к высокой художественной выразительности памятников. Но, кроме того, учитывая широкое проявление этой пропорции в природных объектах, происходит гармоничный синтез архитектурного объекта и окружающего пространства. Мечеть Ахмад Шаха и Тадж-Махал являют собой причудливый фрактал золотого сечения, определяемый, по меньшей мере, восемью членами ряда.

Аккорды золотых пропорций и других фрактальных соотношений создают архитектурную симфонию этого храма. Визуальная интерпретация «угла золотого сечения» дает фрактальный алгоритм, проявляющийся в живой природе, орнаментах и архитектуре. Расположение и размеры куполов данного храма, условно показанные в одной плоскости плана с осевой симметрией, в самом общем виде сводятся к простому фрактальному алгоритму варианта «салфетки» [9].

Продолжая и расширяя данное исследование, проведем фрактальный анализ мечети Ахмад Шаха в Турции и мавзолея Тадж-Махала в Индии методом, основанным на фрактальной теории. Целью нашего анализа будет определение уровня фрактальности в плане и фасаде мечети Ахмад Шаха, а в Тадж-Махале будет проанализирована согласованность между фасадом и ландшафтным планом.

Свой метод мы основываем на исследованиях В. Лоренса (Lorenz W.E.) [10] и К. Бовилла (Bovill C.) [11], которые предложили для измерения фрактальности в архитектурных формах зданий метод ячеистого вычисления размера (the box counting dimension method, DB). Он позволяет работать как с самоподобными, так и с несамоподобными структурами, выявляя степень фрактальности объекта, что доказывает точность и универсальность этого метода. С его помощью определяется фрактальная размерность сложного изображения, которое не способны описать другие традиционные методы. Он основан на том, что визуально фрактальная размерность выражает степень «шероховатости-изрезанности» структуры, что и определяет степень сложности объекта [10; 11].

Этот метод используется следующим образом: на изображение накладывается сетка определенного размера (S1) и рассчитывается количество ячеек, включающих части изображения (N1); затем размер сетки уменьшаем (S2) и снова рассчитываем количество ячеек (N2). Фрактальная размерность между двумя масштабами рассчитывается путём вычитания $\log N_1$ из $\log N_2$, и затем осуществляется деление на разницу между $\log S_1$ и $\log S_2$. Этот расчет можно выразить математическим уравнением:

$$DB(1-2) = [\log N(s_2) - \log N(s_1)] / [\log 1/s_2 - \log 1/s_1] \text{ или } DB(1-2) = [\log N(s_2)/N(s_1)] / [\log s_1/s_2],$$

где S – размер сетки, N – количество ячеек, покрывающих детали изображения [10].

Проведем сравнительный фрактальный анализ ключевых элементов Тадж-Махала в различных масштабных размерностях [5]. Применение указанного метода вычисления фрактальных характеристик фасада и плана дает результаты, которые мы для удобства представления сведем в таблицы. Стоит отметить, что новизна нашего подхода заключается в том, что анализ является многоступенчатым.

Во-первых, определяется **фрактальная размерность** в объекте (определяется уровень фрактальности в деталях плана и фасада). Здесь мы будем ориентироваться на принятые для расчета фрактальности критерии:

- высокая степень фрактальности в объекте – если общая фрактальная размерность объекта $1 < DF < 2$;
- низкая степень фрактальности в объекте – если общая фрактальная размерность $DF \approx 1$ или ≈ 2 .

Во-вторых, проведен расчет согласованности полученных данных уровня фрактальности каждого масштаба конкретного элемента. Постараемся обосновать этот методологический прием еще с одной позиции. Полученные данные фрактальности каждого масштаба конкретного элемента (повторим еще раз – план, фасад и т. д.) могут быть рассмотрены на предмет их согласованности. Можно выделить два варианта согласованности этих данных:

- в первом случае график согласования данных разномасштабного анализа будет представлять прямую или плавную восходящую линию. Это значит, что уровень согласованности в данном случае высокий;
- если график будет представлять нисходящую линию, это означает, что уровень согласования снижается.

Подобного рода исследование оправдано тем, что, во-первых, мы стараемся еще глубже проанализировать уровень фрактальности выбранного элемента. Во-вторых, в дальнейшем мы ставим целью найти уровень согласования различных элементов комплекса – согласование фасада и плана и т. д. Для этого мы должны быть уверены, что данные по фрактальности различных элементов будут иметь один и тот же характер (уровень) согласования. Мы бы хотели усилить этот тезис и определить этот этап фрактального анализа архитектурного памятника в качестве ключевого. Другими словами, переход к согласованному анализу различных элементов архитектурного комплекса может идти через данную процедуру.

Согласованность фрактальной размерности объекта рассчитывается при помощи статистической функции «СТАНДОТКЛОН». Эта функция хорошо себя оправдала в программном продукте MS Excel. Напомним, что она определяет, насколько различные данные отклоняются от их среднего уровня. Функция СТАНДОТКЛОН вычисляется по следующей формуле:

$$\text{СТАНДОТКЛОН}(x,y) = \sqrt{\sum(x-x)^2/n},$$

где \bar{x} — выборочное среднее значение (число 1, число 2), а n — размер выборки [14].

И, наконец, **третья ступень** анализа – согласование данных разномасштабного фрактального анализа между различными элементами. Проведем углубленный фрактальный анализ, и при этом сравним уровни фрактальности различных элементов. Например, можно провести сравнительный анализ фрактальности фасада и плана. Напомним, что в работе мы используем разномасштабные сетки.

Для более объективного анализа согласованности (подобности) двух графиков уровней фрактальности может быть эффективно применена программа MS Excel через функцию «КОРРЕЛ». Данная функция показывает уровень корреляции между графиками различных массивов данных.

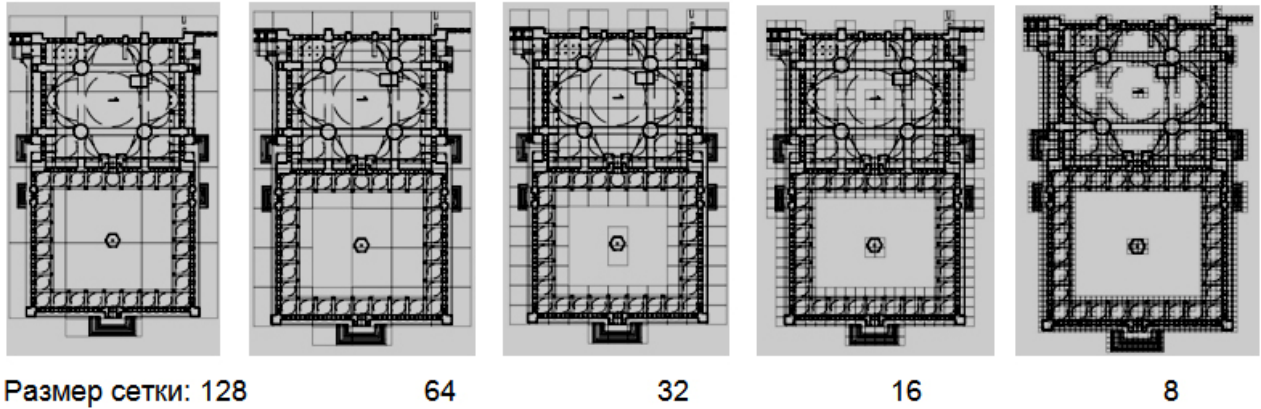
Уравнение для коэффициента корреляции имеет следующий вид:

$$\text{КОРРЕЛ}(x,y) = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}},$$

где \bar{x} и \bar{y} – средние значения выборок СРЗНАЧ (массив1) и СРЗНАЧ (массив2).

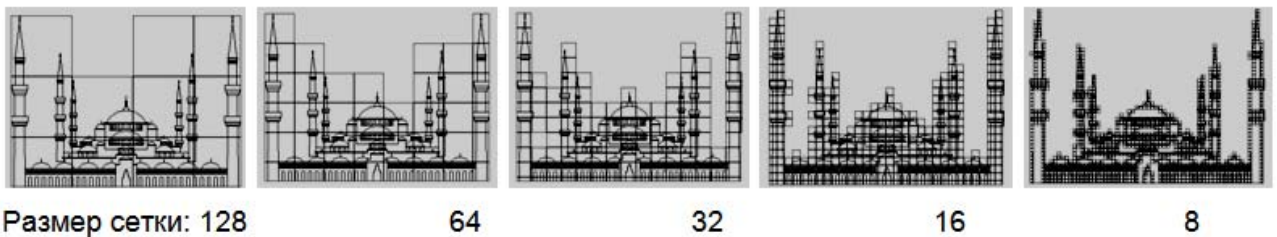
Проведем теперь расчет фрактальной размерности ландшафтного плана и фасада мечети Ахмад Шаха в Турции и представим это в табличной форме и в виде графиков (Таблица 1, Таблица 2). Рассмотрим результаты согласованности полученных данных фрактальности каждого масштаба плана и фасада Ахмад Шаха в таблице и диаграмме (Таблица и диаграмма 3). Результаты согласования архитектурных характеристик между планом и фасадом мечети Ахмад Шаха рассматриваются в таблице (Таблица 4).

Таблица 1. Вычисления фрактальной размерности плана мечети Ахмад Шаха



	Расчет фрактальной размерности между:		фрактальная размерность
	большой размер сетки	маленький размер сетки	
1	256	128	1.885
2	128	64	1.700
3	64	32	1.729
4	32	16	1.662
Общая фрактальная размерность орнамента			1.64

Таблица 2. Вычисления фрактальной размерности фасада мечети Ахмад Шаха



	Расчет фрактальной размерности между:		фрактальная размерность
	большой размер сетки	маленький размер сетки	
1	256	128	1.789
2	128	64	1.671
3	64	32	1.577
4	32	16	1.531
Общая фрактальная размерность орнамента			1.64

Таблица и диаграмма 3. Согласованность полученных данных фрактальности каждого масштаба плана и фасада Ахмад Шаха

Объекты	Согласованность полученных данных фрактальности каждого масштабного уровня элемента.
План	0.10
Фасад	0.17

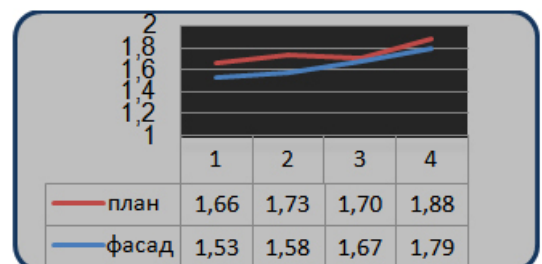


Таблица 4. Согласование архитектурных характеристик между объектами мечети Ахмад Шаха

Объекты мечети <u>Ахмад-шаха</u>	Согласования данных разномасштабного фрактального анализа между различными элементами.	оценка
Между фасадом и планом	0.96	высокая

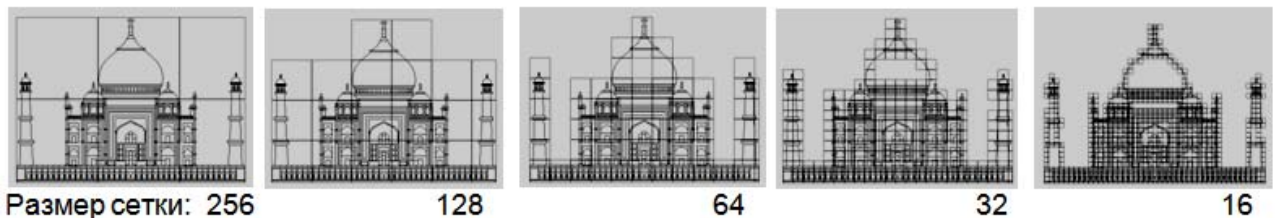
Проведем теперь расчет фрактальной размерности ландшафтного плана и фасада Тадж-Махал в Индии и также сведем их в табличную форму, и покажем виде таблиц и графиков (Таблица 5, Таблица 6). Рассмотрим результаты согласованности полученных данных фрактальности каждого масштаба плана и фасада Тадж-Махала в таблице и диаграмме (Таблица и диаграмма 7). Результаты согласования архитектурных характеристик между планом и фасадом Тадж-Махала рассматриваются в таблице (Таблица 8).

Таблица 5. Вычисления фрактальной размерности ландшафтного плана Тадж-Махала



	Расчет фрактальной размерности между:		фрактальная размерность
	большой размер сетки	маленький размер сетки	
1	256	128	1,618
2	128	64	1,675
3	64	32	1,808
4	32	16	1,806
Общая фрактальная размерность орнамента			1.80

Таблица 6. Вычисления фрактальной размерности фасада Тадж-Махала



	Расчет фрактальной размерности между:		фрактальная размерность
	большой размер сетки	маленький размер сетки	
1	256	128	1,486
2	128	64	1,518
3	64	32	1,626
4	32	16	1,653
Общая фрактальная размерность орнамента			1.57

Таблица и диаграмма 7. Согласованность полученных данных фрактальности каждого масштаба элементов Тадж-Махала

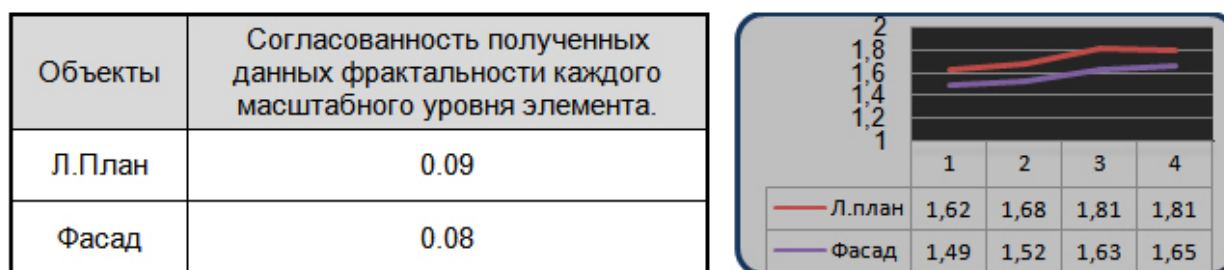


Таблица 8. Согласование архитектурных характеристик между объектами Тадж-Махала

Объекты <u>Тадж-Махала</u>	Согласования данных разномасштабного фрактального анализа между различными элементами.	оценка
Между фасадом и планом	0.99	высокая

Заключение

Проведенный анализ показывает, что предложенный многоступенчатый фрактальный анализ памятника архитектуры приводит к важным результатам и дает возможность глубже понять особенности того или иного сооружения. Опыт фактически одного из первых фрактальных анализов исламской храмовой архитектуры показал, что зодчие обладали высоким профессионализмом и высокой художественной интуицией.

Данный подход фрактального анализа раскрывает высокую согласованность между различными пространственными характеристиками комплекса Ахмад Шаха и Тадж-Махала (Таблицы и диаграммы 3, 4 7, 8). Так, согласованность фрактальной размерности ландшафтного плана, фасада соответствует критерию высокой фрактальности ($1 < DF < 2$), как видно из таблиц и диаграмм (1, 2, 5, 6).

Учитывая высокую художественную выразительность этих двух памятников исламской архитектуры и высокий уровень фрактальности, можно сделать вывод, что они между собой связаны. Другими словами, с повышением фрактальной согласованности возрастает и эстетическое значение объекта.

Литература

1. Ибрагимов И.А. Формирование архитектуры христианства и ислама как выражение понятия системы координат в визуально-ориентационно-смысловом пространстве // Архитектон. – 2009. – № 26. [Сетевой ресурс]. – URL: http://archvuz.ru/2009_2/6
2. Всемирная история архитектуры в 12 томах / под ред. Н.В. Баранова. – М: Изд-во литературы по строительству, 1969. – Т.8. – С. 332.
3. Коробко В.И., Коробко Г.Н. Золотая пропорция и человек. – М.: Издательство АСВ, 2002.
4. Коробко В.И. Золотая пропорция и проблемы гармонии систем. – М.: Издательство АСВ, 1998.

5. Исмаил Х.Д.А. Итоги и перспективы исследования фрактальности в исламской архитектуре и искусстве // Вестник алтайской науки. - Барнаул: Алтай. – 2012. – № 1.
6. Волошинов А.В. Математика и искусство. – М.: Просвещение, 2000.
7. Тиц А.А. Загадки древнерусского чертежа. – М.: Стройиздат, 1978.
8. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: 2002. – 16-24 с., 46-89 с.
9. Исаева В.В., Касьянов Н.В. Фрактальность природных и архитектурных форм // Культура: вестник ДВО РАН. – 2006. – №5. – С. 77.
10. Lorenz W.E. Fractal and fractal architecture // Department of computer aided planning and architecture: site Vienna University of Technology. – Vienna, 2003. [Сетевой ресурс]. – URL: www.fractalarchitect.com
11. Bovill C. Fractal geometry in architecture and design / C.Bovill Bosten: Birkhäuser, 1996, 73-92 p.
12. Бабич В.Н., Кремлев А.Г. О Фрактальных моделях в архитектуре // Архитектон. – 2010. – № 30. [Сетевой ресурс]. – URL: http://archvuz.ru/2010_2/2
13. Salingaros N.A. Architecture, Patterns, and Mathematics // Nexus Network Journal. – 1999. – Vol.1. – P. 75-85.

References

1. Ibrahimov I.A. *Formirovanie arhitektury hristianstva i islama kak vyrazhenie ponjatija sistemy koordinat v vizual'no-orientacionno-smyslovom prostranstve* [Formation of Christian and Islamic architecture as an expression of the concept of a coordinate system in a visual – orientational – semantic space]. Available at: http://archvuz.ru/2009_2/6
2. Baranov N.V. *Vsemirnaja istorija arhitektury v 12 tomah* [World History of Architecture in 12 volumes]. Vol. 8, Moscow, 1969.
3. Korobko V.N., Korobko G.N. *Zolotaja proporcija i chelovek* [Golden Ratio and the human]. Moscow, 2002.
4. Korobko V.N. *Zolotaja proporcija i problemy garmonii sistem* [Golden Ratio and problems of harmony systems]. Moscow, 1998.
5. Ismail K.D.A. *Itogi i perspektivy issledovanija fraktal'nosti v islamskoj arhitekture i iskusstve* [Results and prospects of researches of fractal Islamic art and architecture]. Barnaul, 2012.
6. Voloshinov A.B. *Matematika i iskusstvo* [Mathematics and art]. Moscow, 2000.
7. Tits A.A. *Zagadki drevnerusskogo chertezha* [Riddles of the old russian drawing]. Moscow, 1978.
8. Mandelbrot B. *Fraktal'naja geometrija prirody* [The Fractal Geometry of Nature]. Moscow, 2002, pp. 16-24, 46-89.
9. Isaeva V.V., Kasyanov N.V. *Fraktal'nost' prirodnyh i arhitekturnyh form* [Fractality of natural and architectural forms]. Culture: bulletin DWO the Russian Academy of Science, 2006, no. 5, P.77.
10. Lorenz W.E. Fractal and fractal architecture. Available at: www.fractalarchitect.com

11. Bovill C. Fractal geometry in architecture and design. Boston: Birkhäuser, 1996, pp.73-92.
12. Babich V.N. *O Fraktal'nyh modeljah v arhitekture* [About the Fractal models in the architecture]. Available at: http://archvuz.ru/2010_2/2
13. Salingaros N.A. Architecture, Patterns, and Mathematics // Nexus Network Journal, 1999, Vol.1, pp.75-85.

ДАНИЕ ОБ АВТОРЕ

Х.Д.А. Исмаил

Аспирант, кафедра «Архитектуры и дизайна», Институт архитектуры и дизайна, Алтайский Государственный Технический Университет, Барнаул, Россия
e-mail: Khalid_jammal@yahoo.com

DATA ABOUT THE AUTHOR

Kh. Ismail

Post-graduate student, chair of Architecture and design, Institute of Architecture and Design, Altai State Technical University, Barnaul, Russia
e-mail: Khalid_jammal@yahoo.com